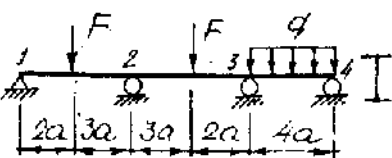


1.

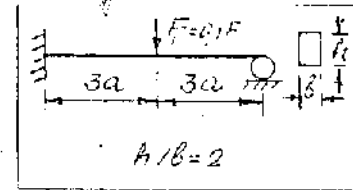


Порядок розрахунку:

1. Визначити ступінь статичної невизначності балки і скласти рівняння трьох моментів.
2. Визначити опорні реакції.
3. Побудувати епюри M і Q .
4. Підібрати поперечний переріз балки.
5. Визначити крайні поперечні перерізи прольоту.

2.

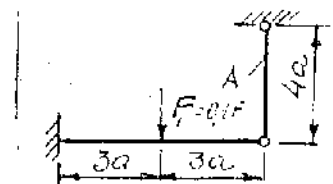
Невизначна балка



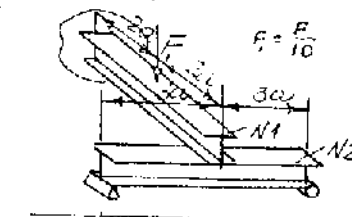
$$h/b = 2$$

Побудувати епюри M та Q і підібрати поперечний переріз

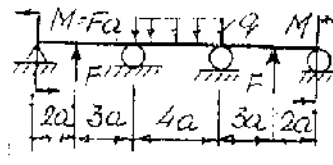
3.



Побудувати епюри M та Q і визначити напруження в ділянці підстави. Переріз балки вважати круговим.



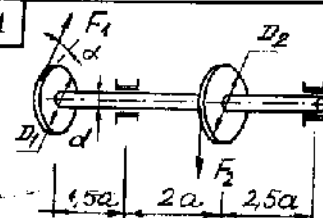
Визначити напруження в верхній і нижній балках



Побудувати епюри M і Q .

Зр. АА-ІІ-2		Ступ. Невизн.			Викл. Знач.		
В.ч.	$F, \text{кН}$	$q, \text{кН/м}$	$\alpha, \text{м}$	$[S], \text{мм}^2$	$A, \text{см}^2$	Визначити N	
						N_1	N_2
1.	200	20	10	160	2,0	24	30
2.	180	18	1,1	140	1,8	22	27
3.	160	16	1,2	160	1,6	20	24
4.	140	14	1,3	140	1,4	18	22
5.	120	12	1,4	160	1,2	16	20
6.	100	10	1,5	140	1,0	14	18

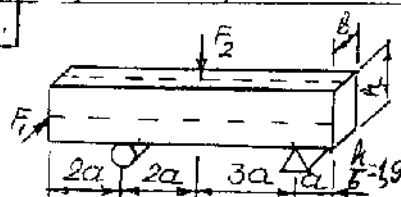
1.



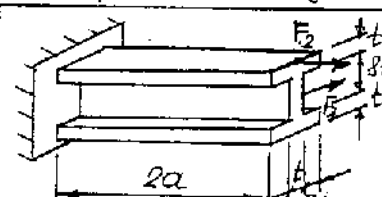
Порядок розрахунку:

1. Визначити скручуючі моменти і колові зусилля.
 2. Побудувати епюри згинаючих моментів в горизонтальній і вертикальній площинах ($\alpha = 30^\circ$).
 3. Побудувати сумарну епюру згинаючих моментів.
 4. Побудувати епюру крутих і зводних моментів за IV теорією міцності.
 5. Визначити діаметр вала із статичного розрахунку [5] до кл. В.
- Визначити коефіцієнти запаса міцності при постійних і змінних навантаженнях.
- Примітка: Згинаючий момент змінюється за симетричним, а крутильний за півсинусним циклом. Матеріал вала Ст 45: $\sigma_{\text{ст}} = 750 \text{ МПа}$; $\sigma_{\text{с}} = 440 \text{ МПа}$; $\sigma_{\text{с}} = 340 \text{ МПа}$; $\tau_{\text{с}} = 190 \text{ МПа}$. Поверхня вала має тільки обточку.

2.

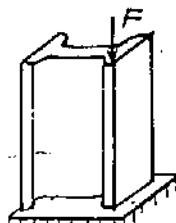


Підібрати прямокутний переріз балки. Побудувати епюру σ для недовиченого переріза

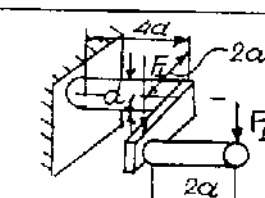


Визначити σ_{max}

3.



Побудувати епюру σ



Визначити еквівалентні напруження в заштрикованій за III теорією міцності

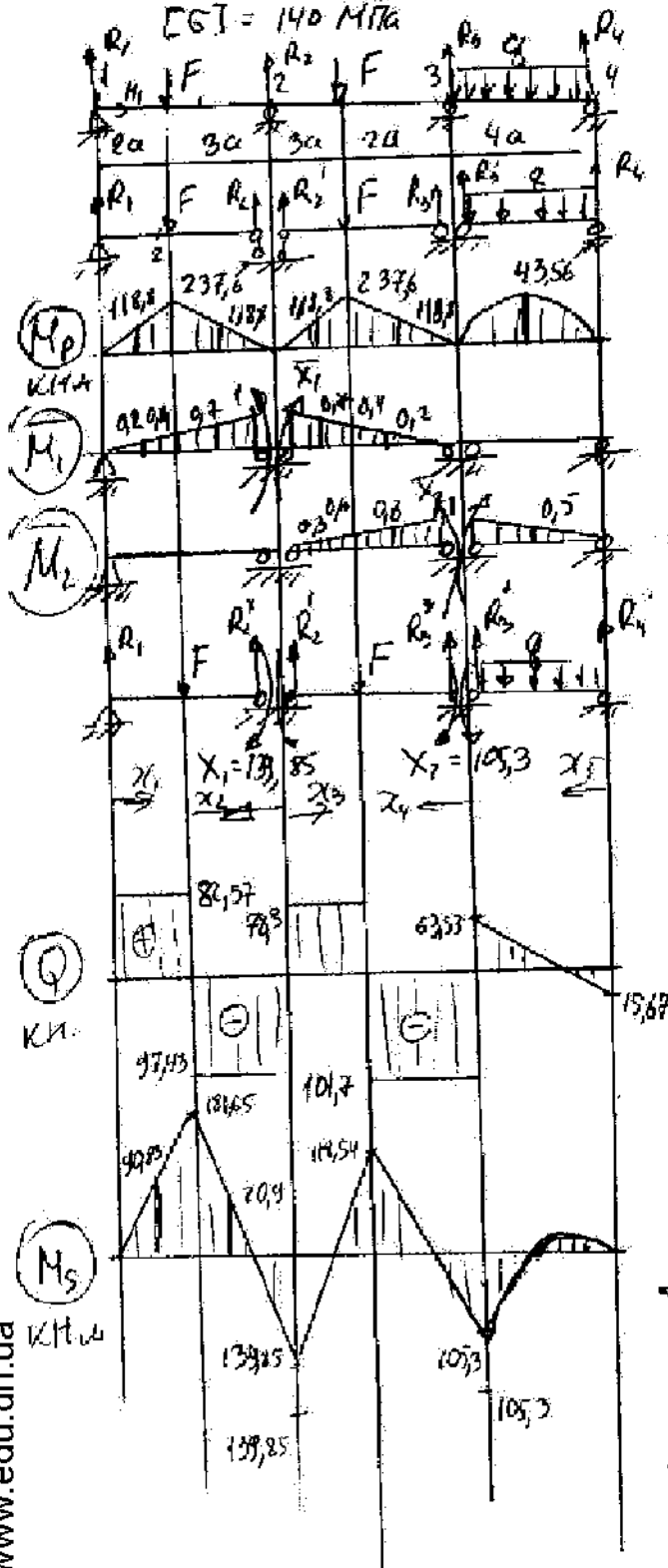
Зр. АА - II - 2		Ступ. Неизв.							Викл. Знач.				
Вар	N, кВт	n, мм ²	D ₁ , м	D ₂ , м	α, м	F ₁ , кН	F ₂ , кН	H	F, кН	t, мм	d, мм	[S], мм ²	
1.	200	1500	0,8	0,6	1,0	10	100	36	150	2,1	10	150	
2.	190	1400	0,6	0,8	0,9	11	105	33	145	2,3	9	130	
3.	180	1300	0,4	0,4	0,8	12	110	30	140	2,4	8	180	
4.	170	1200	0,8	0,6	0,7	13	115	27	135	2,5	7	130	
5.	160	1100	0,6	0,8	0,8	14	120	24	130	2,7	6	150	
6.	150	1000	0,4	0,4	0,9	15	125	22	125	2,9	5	130	

Задача 1.1.

1. Визначити реакції опор та реакції зв'язки балки і стисли рівномірні навантаження
2. Визначити опорні реакції
3. Побудувати епюри M і Q
4. Визначити поперечний переріз балки
5. Визначити прогин посередній переріз прольоту.

$$F = 180 \text{ кН} \quad q = 18 \text{ кН/м} \quad a = 1,1 \text{ м}$$

$$[G] = 140 \text{ МПа}$$



1. Складити кінцеві зв'язки

$$5 - 3 = 2$$

$$R_1 = R_3 = \frac{F \cdot 3a}{2a + 3a} = \frac{3F}{5} = \frac{3}{5} \cdot 180 = 108 \text{ кН}$$

$$M_1 = R_1 \cdot 2a = 108 \cdot 2 \cdot 1,1 = 237,6 \text{ кНм}$$

$$R_4 = \frac{q \cdot 4a}{2} = 2qa = 2 \cdot 18 \cdot 1,1 = 39,6 \text{ кН}$$

$$M_{\text{max}} = R_4 \cdot 2a - q \cdot \frac{(2a)^2}{2} = 39,6 \cdot 2,2 - 18 \cdot \frac{2,2^2}{2} = 43,56$$

$$\Delta_{1P} EJ_x = \frac{2,2^2}{6} (4 \cdot 118,8 \cdot 0,2 + 237,6 \cdot 0,4) +$$

$$+ \frac{3,3}{6} (237,6 \cdot 0,4 + 4 \cdot 118,8 \cdot 0,7) +$$

$$+ \frac{3,3}{6} (118,8 \cdot 0,7 \cdot 4 + 237,6 \cdot 0,4) +$$

$$+ \frac{2,2}{6} (237,6 \cdot 0,4 + 4 \cdot 118,8 \cdot 0,2) = 609,84$$

$$\Delta_{2P} EJ_x = \frac{3,3}{6} (4 \cdot 118,8 \cdot 0,3 + 237,6 \cdot 0,6) +$$

$$+ \frac{2,2}{6} (237,6 \cdot 0,6 + 118,8 \cdot 4 \cdot 0,3) +$$

$$+ \frac{4,4}{6} (4 \cdot 43,56 \cdot 0,5) = 475,79$$

$$\delta_{11} EJ_x = \frac{2,2^2}{6} (4 \cdot 0,2^2 + 0,4^2) + \frac{3,3}{6} (0,4^2 + 4 \cdot 0,7^2 + 1^2) +$$

$$+ \frac{3,3}{6} (1^2 + 4 \cdot 0,7^2 + 0,4^2) + \frac{2,2}{6} (0,4^2 + 4 \cdot 0,2^2) = 3,67$$

$$\delta_{22} EJ_x = \frac{3,3}{6} (4 \cdot 0,3^2 + 0,6^2) + \frac{2,2}{6} (0,6^2 + 4 \cdot 0,3^2 + 1^2) +$$

$$+ \frac{4,4}{6} (1^2 + 4 \cdot 0,5^2) = 3,3$$

$$\delta_{12} EJ_x = \frac{3,3}{6} (4 \cdot 0,7 \cdot 0,3 + 0,4 \cdot 0,6) +$$

$$+ \frac{2,2}{6} (0,4 \cdot 0,6 + 4 \cdot 0,2 \cdot 0,8) = 0,917$$

Рівняння: 1

$$3,67 X_1 + 0,917 X_2 + 609,84 = 0$$

$$0,917 X_1 + 3,3 X_2 + 475,79 = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} X_1 = - \frac{(475,79 + 3,3 X_2)}{0,917}$$

$$- 3,67 \cdot \left(\frac{475,79 + 3,3 X_2}{0,917} \right) + 0,917 X_2 + 609,84 = 0$$

$$- 12,29 X_2 = 1294,36$$

$$X_2 = -105,3 \text{ кНм}$$

$$X_1 = - \frac{475,79 + 3,3(-105,3)}{0,917} = -139,85 \text{ кНм}$$

2. Визначення реакцій

$$R_1 = \frac{F \cdot 3a - X_1}{5a} = \frac{3,3 \cdot 180 - 139,85}{5,5} = 82,57 \text{ кН}$$

$$R_2 = \frac{X_1 + F \cdot 2a}{5a} = \frac{2,2 \cdot 180 + 139,85}{5,5} = 97,43 \text{ кН}$$

$$R'_2 = \frac{X_2 - X_1 + F \cdot 2a}{5a} = \frac{139,85 - 105,3 + 180 \cdot 2,2}{5,5} = 78,3 \text{ кН}$$

$$R_3 = \frac{X_2 - X_1 + F \cdot 3a}{5a} = \frac{105,3 - 139,85 + 180 \cdot 3,3}{5,5} = 101,77 \text{ кН}$$

$$R'_3 = \frac{X_2 + 8 \cdot 4a \cdot \frac{4a}{2}}{4a} = \frac{105,3 + 18 \cdot 4,4 \cdot 2,2}{4,4} = 63,53 \text{ кН}$$

$$R_4 = \frac{8 \cdot 4a \cdot \frac{4a}{2} - X_2}{4a} = \frac{18 \cdot 4,4 + 2,2 - 105,3}{4,4} = 15,67 \text{ кН}$$

3. Будують епюри Q та M

I утиски $M_I = R_1 x_1$

$$Q_I = R_1 = 82,57 \text{ кН}$$

$$x_1 = 0; M_I = 0; x_1 = a; M_I = 82,57 \cdot 1,1 = 90,83 \text{ кНм}$$

$$x_1 = 2a; M_I = 82,57 \cdot 2,2 = 181,65 \text{ кНм}$$

II утиски $Q_{II} = -R_2 = -97,43 \text{ кН}$

$$M_{II} = R_2 x_2 - X_1$$

$$x_2 = 0; M_{II} = 97,43 \cdot 1,1 = 107,17 \text{ кНм}$$

III утисок $Q_{III} = R'_2 = 78,3 \text{ кН}$

$$M_{III} = R'_2 \cdot x_3 - X_1$$

$x_3 = 0$ $M_{III} = -139,85 \text{ кНм}$

$x_3 = 1,5 \text{ м}$ $M_{III} = 78,3 \cdot 1,5 - 139,85 = -10,06 \text{ кНм}$

$x_3 = 3 \text{ м}$ $M_{III} = 78,3 \cdot 3 - 139,85 = 118,54 \text{ кНм}$

IV утисок $Q_{IV} = -R_3 = -101,7 \text{ кН}$

$$M_{IV} = R_3 \cdot x_4 - X_2$$

$x_4 = 0$ $M_{IV} = 101,7 \cdot 1,1 - 105,3 = 8,57 \text{ кНм}$

V утисок $Q_V = -R_4 + q \cdot x_5$

$$M_V = R_4 \cdot x_5 - q \frac{x_5^2}{2}$$

$x_5 = 2 \text{ м}$ $M_V = 15,67 \cdot 2 - 18 \cdot \frac{2^2}{2} = -9,09 \text{ кНм}$

4. З умови міцності

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{181,65 \cdot 10^3}{140} \cdot 10^6 = 1297,5 \text{ см}^3$$

Обираємо профіль 50

$$W_x = 1589 \text{ см}^3 \quad J_x = 39722 \text{ см}^4$$

5. Розрахуємо прогин на правому кінці в місці прикладення сили F



$$\bar{R}_1 = \frac{3}{5}; \quad \bar{R}_2 = \frac{2}{5}$$

$$\delta_F = \frac{10^{-3}}{2 \cdot 10^5 \cdot 39722 \cdot 10^{-8}} \left[\frac{2,2}{6} (4 \cdot 90,83 \cdot 0,66 + 181,65 \cdot 1,32) + \frac{3,3}{6} (181,65 \cdot 0,32 + 4 \cdot 20,9 \cdot 0,66) \right] = 0,0043 \text{ м}$$

Получаем силы Q и M .

I утачені

$$Q_I = -X_1 = -5,625 \text{ кН}$$

$$M_I = X_1 \cdot x_1$$

$$x_1 = 0 \Rightarrow M_I = 0$$

$$x_1 = 1,5 \text{ м} \Rightarrow M_I = 5,625 \cdot 1,5 \cdot 1,1 = 9,28 \text{ кНм}$$

$$x_1 = 3 \text{ м} \Rightarrow M_I = 5,625 \cdot 3,3 = 18,56 \text{ кНм}$$

II утачені

$$Q_{II} = F - X_1 = 18 - 5,625 = 12,375 \text{ кН}$$

$$M_{II} = X_1(3 \text{ м} + x_2) - F x_2$$

$$x_2 = 0 \Rightarrow M_{II} = 18,56 \text{ кНм}$$

$$x_2 = 1,5 \text{ м} \Rightarrow M_{II} = 5,625 \cdot 4,5 \cdot 1,1 - 18 \cdot 1,5 \cdot 1,1 = -1,856 \text{ кНм}$$

$$x_2 = 3,3 \text{ м} \Rightarrow M_{II} = 5,625 \cdot 6,3 - 18 \cdot 3,3 = -22,275 \text{ кНм}$$

3 умови міцності

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{22,275 \cdot 10^3}{140} \cdot 10^6 = 159,12 \text{ см}^3$$

$$\text{Якщо } h = 2b$$

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3} b^3$$

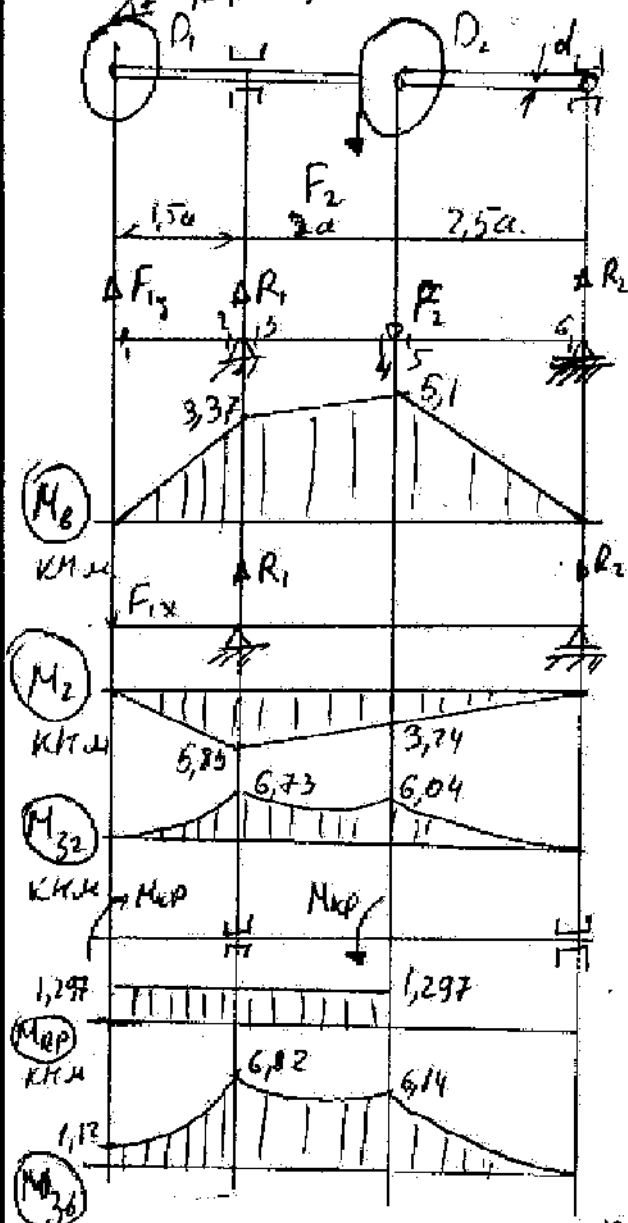


$$b = \sqrt[3]{\frac{3}{2} W_x} = \sqrt[3]{\frac{3}{2} \cdot 159,12} = 6,2 \text{ см}$$

Задача 1.2

- Визначити крутотні моменти і кінці зусиль.
- Побудувати епюри згинаючих моментів в горизонтальній і вертикальній площинах ($\theta = 30^\circ$).
- Побудувати сумарну епюру згинаючих моментів.
- Побудувати епюри крутих і зсувних моментів з IV теорією міцності.
- Визначити діаметр вала із заданим розрахунком $N = 190 \text{ кВт}$, $n = 1400 \text{ об/хв}$
 $[\sigma] = 80 \text{ МПа}$.

$P_1 = 0,6 \text{ м}$ $P_2 = 0,8 \text{ м}$ $a = 0,9 \text{ м}$



$$1) M_{кр} = \frac{30 N}{\pi n} = \frac{30 \cdot 190}{\pi \cdot 1400} = 1,297 \text{ кНм}$$

з умови

$$M_{кр} = F_1 \cos \theta \cdot \frac{P_1}{2}$$

$$M_{кр} = F_2 \frac{P_2}{2}$$

$$F_1 = \frac{2 M_{кр}}{P_1 \cos \theta} = \frac{2 \cdot 1,297}{0,6 \cdot \cos 30^\circ} = 4,99 \text{ кН}$$

$$F_2 = \frac{2 M_{кр}}{P_2} = \frac{2 \cdot 1,297}{0,8} = 3,24 \text{ кН}$$

2). Вертикальна площина

$$F_{yx} = F_1 \cdot \sin \theta = 4,99 \cdot \sin 30^\circ = 2,495 \text{ кН}$$

$$R_1 = \frac{F_1 \cdot 2,5a + F_{yx} \cdot (1,5a + 2a \sin \theta)}{2a + 2,5a}$$

$$= \frac{3,24 \cdot 2,5 - 2,495 \cdot 6}{4,5} = -1,53 \text{ кН}$$

$$R_2 = \frac{F_{yx} \cdot 1,5 + F_2 \cdot 2}{4,5} = \frac{2,495 \cdot 1,5 + 3,24 \cdot 2}{4,5} = 2,27 \text{ кН}$$

Перевірка

$$F_{yx} + R_1 - F_2 + R_2 = 0$$

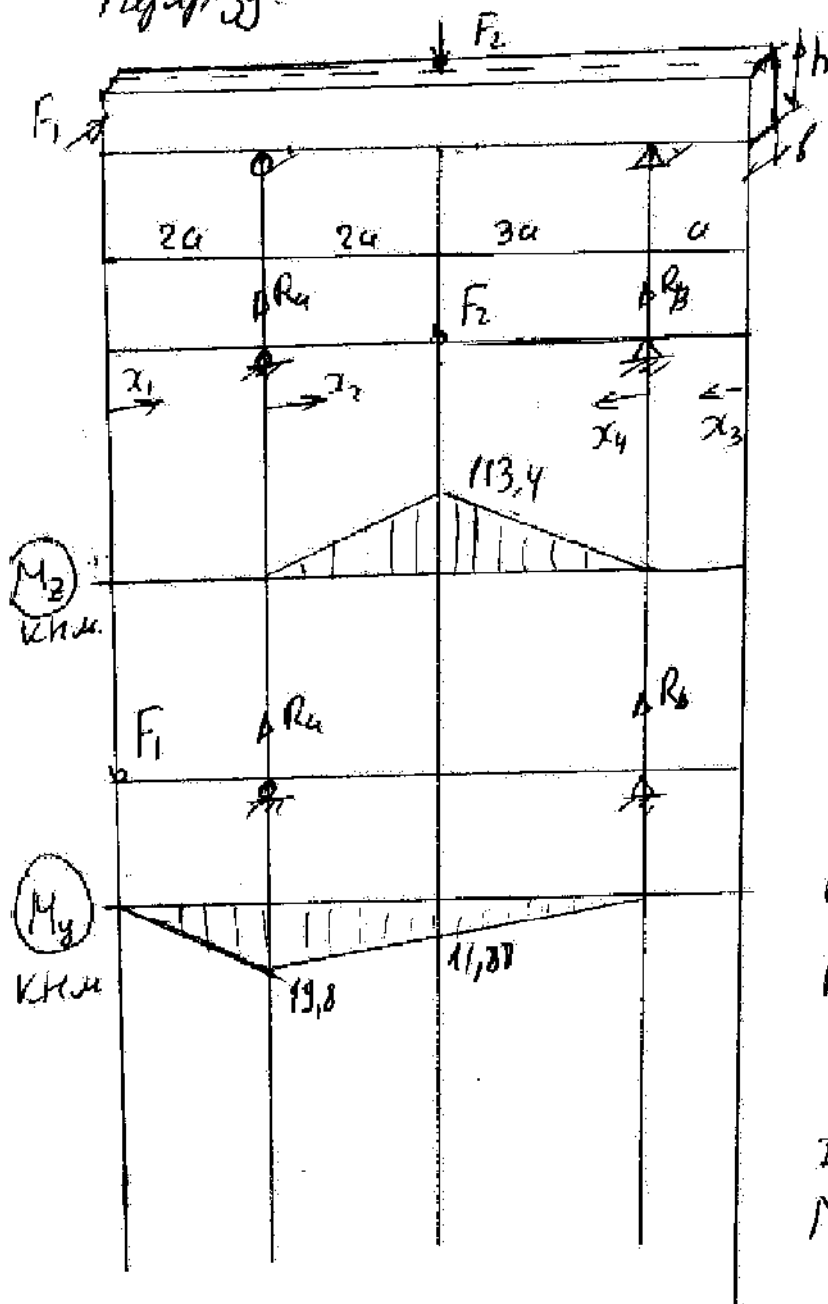
$$2,495 - 1,53 - 3,24 + 2,27 \approx 0$$

Визначено моменти у характерних перерізах

$$M_1 = 0; \quad M_2 = M_3 = F_{yx} \cdot 1,5a = 2,495 \cdot 1,5 \cdot 0,9 = 3,37 \text{ кНм}$$

$$M_4 = M_5 = R_2 \cdot 2,5a = 2,27 \cdot 2,5 \cdot 0,9 = 5,1 \text{ кНм} \quad M_6 = 0$$

Виділяємо прямокутний переріз
осили. Побудуємо епору б для незгинаючого
перерізу.



$$\frac{h}{c} = 1,9 \quad [\sigma] = 130 \text{ МПа.}$$

$$F_1 = 11 \text{ кН}$$

$$F_2 = 105 \text{ кН}$$

$$a = 0,9 \text{ м}$$

Розглядаємо на
горизонтальну та
вертикальну складові

$$R_A = \frac{3a \cdot F_2}{5a} = \frac{3}{5} F_2 = \frac{3}{5} \cdot 105 = 63 \text{ кН}$$

$$R_B = \frac{2}{5} F_2 = \frac{2}{5} \cdot 105 = 42 \text{ кН}$$

$$M_I = 0; \quad M_{II} = 0$$

$$M_{II} = R_A x_2$$

$$x_2 = 2a; \quad M_{II} = 63 \cdot 2 \cdot 0,9 = 113,4 \text{ кНм}$$

Вертикальна складова

$$R_A = \frac{F_1 \cdot 4a}{5a} = \frac{4}{5} F_1 = \frac{4}{5} \cdot 11 = 9,4 \text{ кН}$$

$$R_B = -\frac{F_1 \cdot 2a}{5a} = -\frac{2}{5} \cdot 11 = -4,4 \text{ кН}$$

I утворює

$$M_I = -F_1 x_1$$

$$x_1 = 2a; \quad M_I = -11 \cdot 2 \cdot 0,9 = -19,8 \text{ кНм}$$

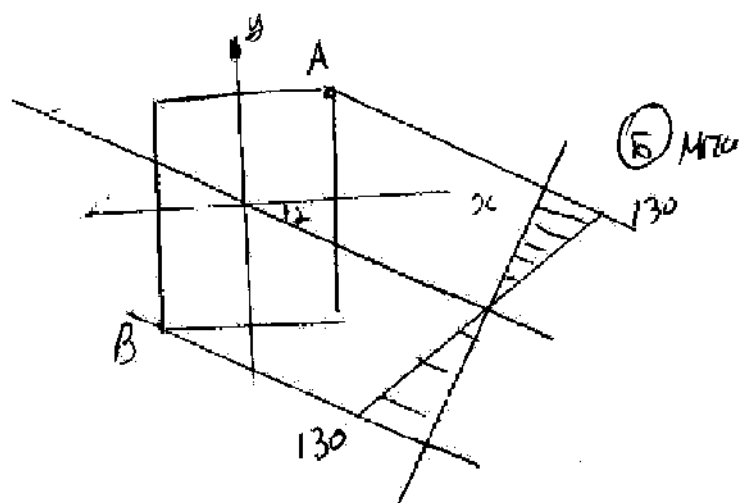
II утворює

$$M_{IV} = R_B x_4$$

$$x_4 = 3a; \quad M_{IV} = -4,4 \cdot 3 \cdot 0,9 = -11,88 \text{ кНм}$$

Незгинаючий переріз

$$M_z = 113,4 \text{ кНм} \quad M_y = 11,88 \text{ кНм}$$



$$J_z = \frac{bh^3}{12} = \frac{b(1,96)^3}{12} = 0,572b^4$$

$$J_y = \frac{bh^3}{12} = 0,158b^4$$

$$x_{\min} = \frac{b}{2} = 0,5b$$

$$y_{\max} = \frac{h}{2} = \frac{1,96}{2} = 0,95b$$

$$\bar{b} = \frac{M_z}{J_z} y_{\max} + \frac{M_y}{J_y} x_{\min}$$

$$\bar{b} = \frac{113,4 \cdot 10^{-3}}{0,572b^4} \cdot 0,95b + \frac{11,88 \cdot 10^{-3}}{0,158b^4} \cdot 0,5b = \frac{230,45 \cdot 10^{-3}}{b^3}$$

Необходимо найти

$$\tan \alpha = \frac{J_z}{J_y} \frac{M_y}{M_z} = \frac{0,572b^4}{0,158b^4} \cdot \frac{11,88}{113,4} = 0,379$$

$$\alpha = 20,77^\circ$$

Зная, что $\bar{b} \leq [5]$

$$\frac{230,45 \cdot 10^{-3}}{b^3} \leq 130$$

$$b^3 \geq \frac{230,45 \cdot 10^{-3}}{130}$$

$$b = \sqrt[3]{\frac{230,45 \cdot 10^{-3}}{130}} = 0,121 \text{ м} = 121 \text{ мм}$$

Добудувати епюру б

Задача 3.1.

$$F = 145 \text{ кН}$$

Димер 3.3

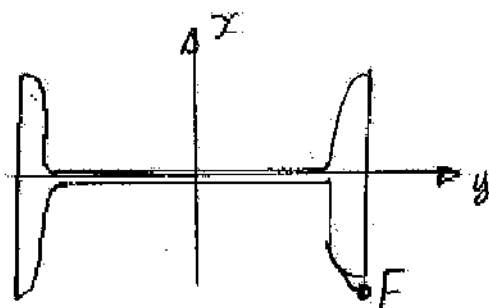
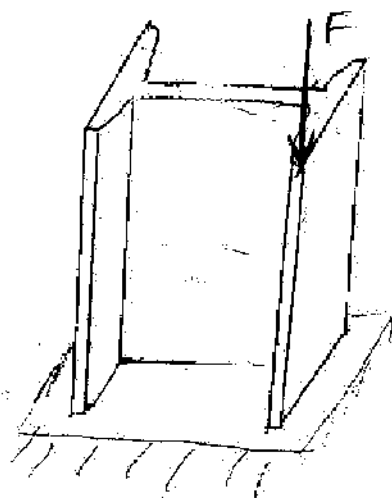
$$H = 33 \text{ см}$$

$$B = 14 \text{ см}$$

$$i_x = 13,5 \text{ см}$$

$$i_y = 2,79 \text{ см}$$

$$A = 53,8 \text{ см}^2$$



$$x_p = \frac{B}{2} = 7 \text{ см}$$

$$y_p = \frac{H}{2} = \frac{33}{2} = 16,5 \text{ см}$$

Визначити, що визначає
неодформлені лінії.

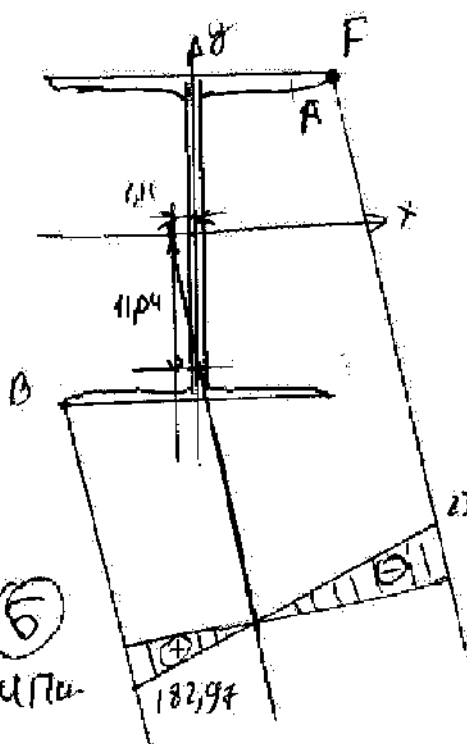
$$x_H = -\frac{i_y^2}{x_p} = -\frac{2,79^2}{7} = -1,11 \text{ см}$$

$$y_H = -\frac{i_x^2}{y_p} = -\frac{13,5^2}{16,5} = -11,04 \text{ см}$$

$$\sigma_A = \frac{F}{A} \left(1 + \frac{x_p}{i_y^2} x_H + \frac{y_p}{i_x^2} y_H \right) =$$

$$= \frac{145 \cdot 10^3}{53,8 \cdot 10^{-4}} \left(1 + \frac{7 \cdot 7}{2,79^2} + \frac{16,5 \cdot 16,5}{13,5^2} \right) = -236,87 \text{ МПа}$$

$$236,87 \text{ МПа} \quad \sigma_B = \frac{145 \cdot 10^3}{53,8 \cdot 10^{-4}} \left(1 - \frac{7 \cdot 7}{2,79^2} - \frac{16,5 \cdot 16,5}{13,5^2} \right) = +182,97 \text{ МПа}$$



б
МПа