

Таблиця 1 – Аналіз кінематичних пар

Позначення пари	O	A	B	E	C	O_1	O_2
Ланки, що утворюють пару	$0-1$	$1-2$	$2-3$	$2-4$	$4-5$	$3-0$	$5-0$
Клас пари	V	V	V	V	V	V	V
Вид пари	ОКП	ОКП	ОКП	ОКП	ОКП	ОКП	ОКП

Аналіз ланок, які входять до складу механізму, наведено у таблиці 2.2.

Таблиця 2 – Аналіз ланок механізму

Номер ланки	0	1	2	3	4	5
Назва ланки	Стійка	Кривошип	Шатун	Коромисло	Шатун	Коромисло
Характер руху	Нерух.	Оберт.	Плоский	Обертальний	Плоский	Обертальний

Ступінь рухомості отриманого механізму розраховуємо за формулою Чебишева:

$$W = 3n - 2p_5 - p_4$$

де $n=5$ – число рухомих ланок кінематичного ланцюга,

$p_5=7$ – число кінематичних пар V класу.

$p_4=0$ – число кінематичних пар IV класу.

$$W = 3 \cdot 5 - 2 \cdot 7 = 1$$

Побудову структурної схеми починаємо зі стійки. Далі приєднуємо до стійки всі ланки, що утворюють з нею кінематичні пари. Структурну схему наведено на рисунку 1.

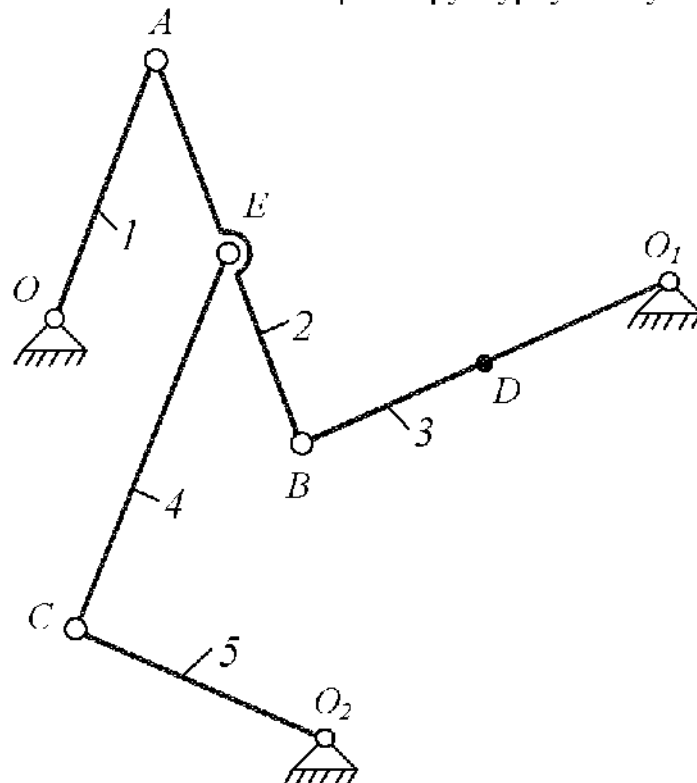


Рисунок 1 – Структурна схема механізму

Визначаємо клас наведеного механізму. Для цього розбиваємо його на групи Ассура (рисунок 2).

Як видно, механізм складається з початкового механізму першого класу та двох груп другого класу другого порядку.

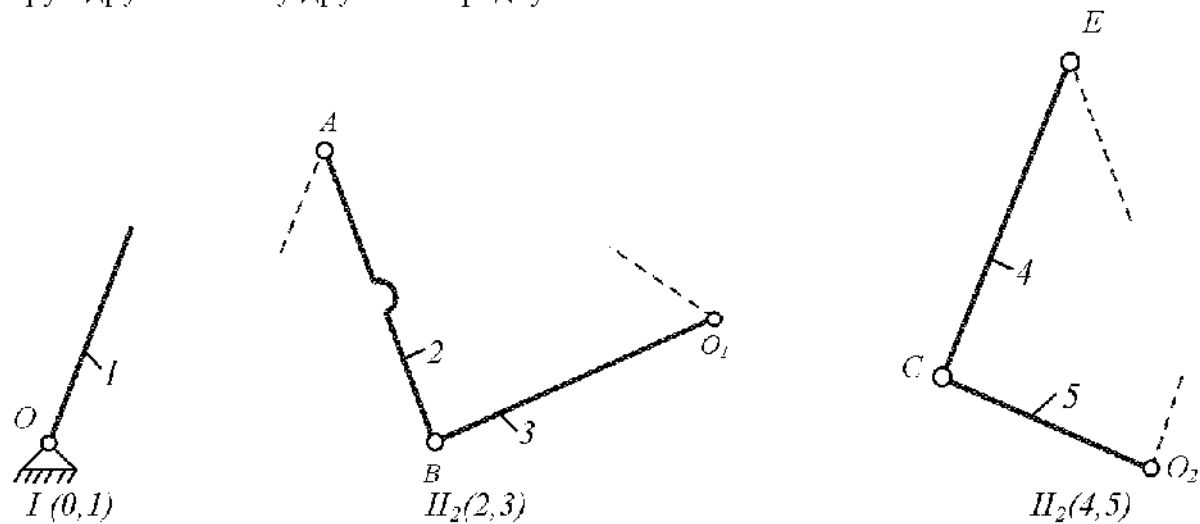


Рисунок 2 Аналіз механізму за групами Ассура

Таким чином, досліджуваний механізм є механізмом другого класу. Формула побудови механізму:

$$I(0,1) \leftarrow II_2(2,3) \leftarrow II_2(4,5)$$

Побудову плану швидкостей починаємо з початкового механізму.

Визначаємо абсолютну швидкість точки A_1 :

$$V_{A_1} = V_O + V_{A_1O}$$

де $V_O = 0$, так як точка належить стійці

$$V_{A_1} = l_{OA} \omega_1$$

V_{A_1} - спрямована перпендикулярно до ланки OA .

Обираємо масштаб плану швидкостей:

$$\mu_v = V_{A_1} / \rho a_1 \frac{m}{c \cdot mm},$$

Тоді на плані швидкості V_{A_1} буде зображатися відрізком $(\rho a_1) = \frac{V_{A_1}}{\mu_v}$. На малюнку з довільно обраної точки ρ (полюсу плану) проводимо промінь перпендикулярно до ланки OA і відкладаємо на ньому відрізок ρa_1 .

Швидкості точок A_1 та A_2 однакові, оскільки 1 та 2 ланки поєднані оберальною парою. Аналогічно можна сказати й про швидкості точок B_2 та B_3 , які визначимо з наступних рівнянь:

$$\overline{V_{B_2}} = \overline{V_{A_2}} + \overline{V_{B_2A_2}};$$

$$\overline{V_{B_3}} = \overline{V_{O_1}} + \overline{V_{B_3O_1}},$$

де $V_{O_1} = 0$, так як точка O_1 нерухома й на плані знаходиться у полюсі. Швидкість $V_{B_2A_2}$ спрямована перпендикулярно до ланки AB , а $V_{B_3O_1}$ - перпендикулярно до ланки O_1B . Швидкості точок E та D визначимо за співвідношеннями:

$$\frac{l_{AB}}{l_{AE}} = \frac{(ab)}{(ae)} \cdot \frac{l_{O_1B}}{l_{O_1D}} = \frac{(pb)}{(pd)}$$

Точки E та D знаходяться посередині відповідних ланок, на плані швидкостей ці точки також знаходяться посередині відповідних ланок. Швидкості точок E_2 та E_4 однакові, бо ланки 2 та 4 поєднані між собою. Аналогічно можна сказати й про швидкості точок C_4 та C_5 , які визначаємо з наступних рівнянь:

$$\vec{V}_{C_4} = \vec{V}_{E_4} + \vec{V}_{C_4E_4};$$

$$V_{C_5} = V_{O_2} + V_{C_5O_2},$$

де $V_{O_2} = 0$, так як точка O_2 нерухома й на плані знаходиться у полюсі. Швидкість $V_{C_4E_4}$ спрямована перпендикулярно до ланки CE , а $V_{C_5O_2}$ перпендикулярно до ланки O_2C .

Швидкості точок

$$V_{B_2A_2} = (ab)\mu_V.$$

$$V_{B_3O_1} = (ph)\mu_V.$$

$$V_{C_5O_2} = (pc)\mu_V.$$

$$V_{C_4E_4} = (ce)\mu_V.$$

Знаходимо кутові швидкості відповідних ланок:

$$\omega_2 = V_{B_2A_2} / l_{AB}$$

$$\omega_3 = V_{B_3O_1} / l_{BO_1};$$

$$\omega_4 = V_{CE} / l_{CE}$$

$$\omega_5 = V_{CO_2} / l_{O_2C}$$

Побудову плану прискорень проводимо в тій самій послідовності, що й плану швидкостей.

Рівняння для знаходження прискорення точки A_1 :

$$a_{A_1} = \vec{a}_O = \vec{a}_{A_1O}^n + \vec{a}_{A_1O}^t,$$

де $a_O = 0$, бо точка належить стійці, $a_{A_1O}^t = 0$, бо кутове прискорення ланки дорівнює нулю (через рівномірне обертання).

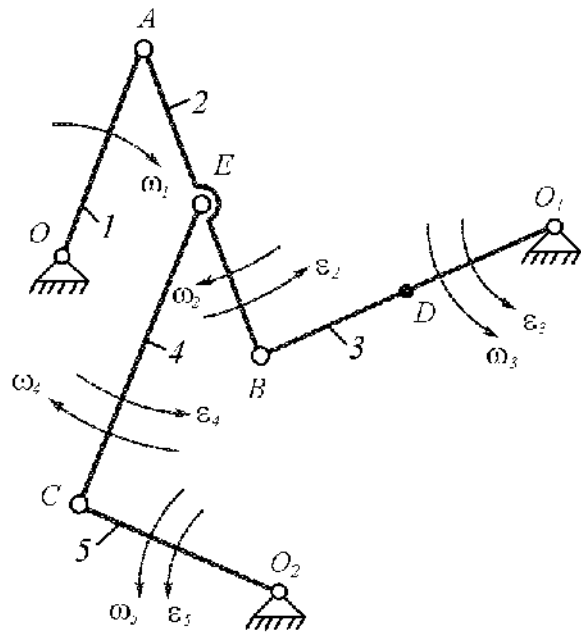
Знаходимо нормальну складову прискорення точки A_1 :

$$a_{A_1O}^n = \omega_1^2 \cdot l_{OA}.$$

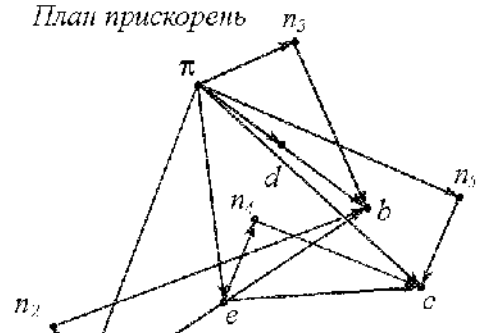
Визначаємо масштаб плану прискорень: $\mu_a = a_{A_1} / (\pi a_1)$.

Прискорення точок A_1 та A_2 однакові, оскільки 1 та 2 ланки поєднані оберальною парою. Аналогічно можна сказати й про прискорення точок B_2 та B_3 .

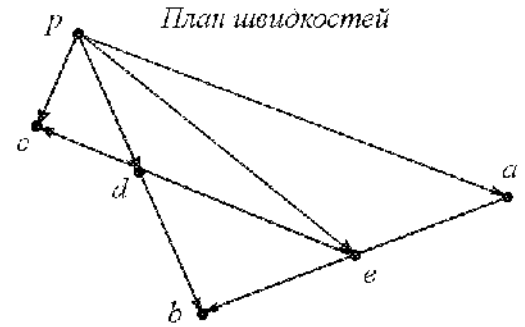
Кінематична схема важільного механізму



План прискорень



План швидкостей



Задача 3. У механізмі, кінематику якого розглянуто у задачі 2 в т. E перпендикулярно до ланки прикладена сила $F=100 \text{ Н}$, а до ланки CO_2 обертальний момент $M=100 \text{ Нм}$, спрямований за годинниковою стрілкою. Ці сили вважати рівнодійними для всіх зовнішніх та інерційних сил.

Кінематична схема важільного механізму

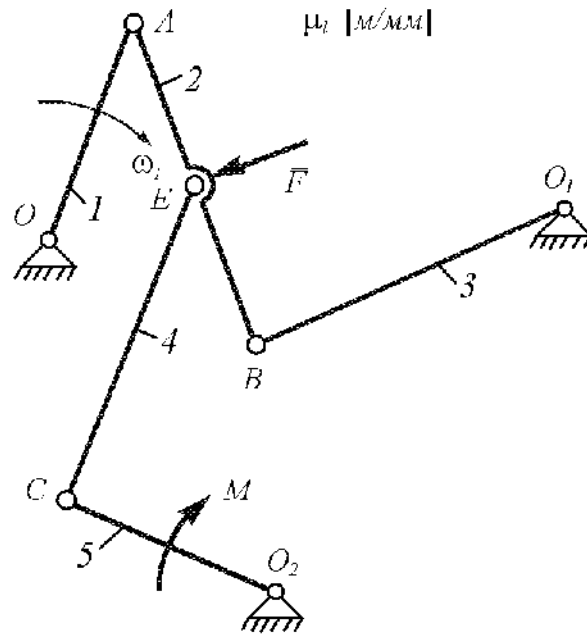


Схема навантаження механізму

Кінетостатичне дослідження почнемо з останньої приєднаної групи, так як вона статично визначена.

Група 4-5.

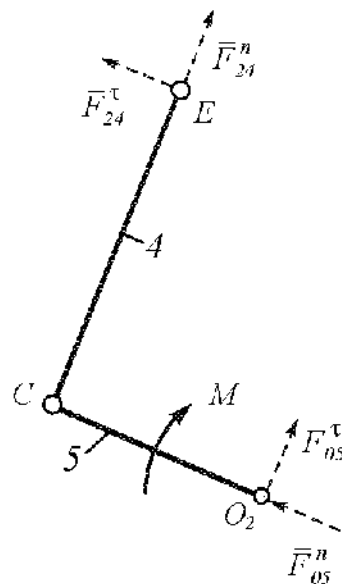


Схема навантаження групи 4-5

На ланки цієї групи діє зведений момент сил та невідомі реакції в точках $O_2 - \bar{F}_{05}$ та $E - \bar{F}_{24}$. Оскільки ці реакції невідомі ані по величині, ані по напрямку, розкладаємо їх на складові:

$$F_{05} = F_{05}^n - F_{05}^{\tau};$$

$$\bar{F}_{24} = \bar{F}_{24}^n + \bar{F}_{24}^{\tau}.$$

Нормальні складові спрямовуємо вздовж відповідних ланок, а дотичні – перпендикулярно. Для знаходження дотичних складових запишемо складасмо рівняння моментів сил відносно т. С. За позитивний приймається напрямок моменту проти годинникової стрілки.

$$\Sigma M_C^{(5)} = 0: F_{05}^r \cdot l_{O_2C} - M = 0, \Rightarrow F_{05}^r = M / l_{O_2C}.$$

$$\Sigma M_C^{(4)} = 0: F_{24}^r \cdot l_{CE} = 0, \Rightarrow F_{24}^r = 0.$$

Величини нормальних складових знаходимо з графічного рівняння рівноваги ланок 4 та 5: $\bar{F}_{05}^n + \bar{F}_{05}^r + \bar{F}_{24}^r - \bar{F}_{24}^n = 0$,

Із плану сил знаходимо

$$F_{24}^n = (bc) \cdot \mu_F, [H];$$

$$F_{05}^n = (ac) \cdot \mu_F, [H].$$

Враховуючи що $F_{24} = -F_{42}$.

Група 2-3.

На ланки цієї групи діють: задана сила $F = 100 H$;

- сила $F_{42} = -F_{24}$;
- невідомі реакції в точках А та O_1 .

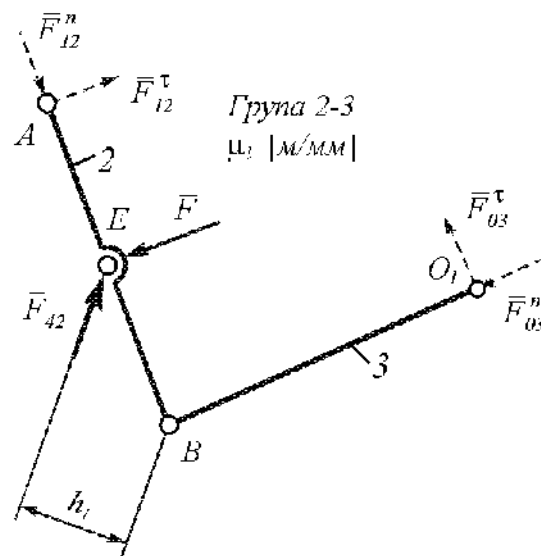


Схема навантаження групи 2-3

Розкладаємо невідомі реакції на складові:

$$F_{03} = F_{03}^n - F_{03}^r;$$

$$\bar{F}_{12} = \bar{F}_{12}^n - \bar{F}_{12}^r.$$

Нормальні складові спрямовуємо вздовж відповідних ланок, а дотичні – перпендикулярно. Для знаходження дотичних складових запишемо складасмо рівняння моментів сил відносно т. В:

$$\Sigma M_B^{(3)} = 0: F_{03}^r \cdot l_{O_1B} = 0, F_{03}^r = 0,$$

$$\Sigma M_B^{(2)} = 0: F \cdot l_{BE} - F_{12}^r \cdot l_{AB} + F_{42} \cdot h_1 = 0, \Rightarrow F_{12}^r = (F \cdot l_{ME} + F_{42} \cdot h_1) / l_{AB}, [H].$$

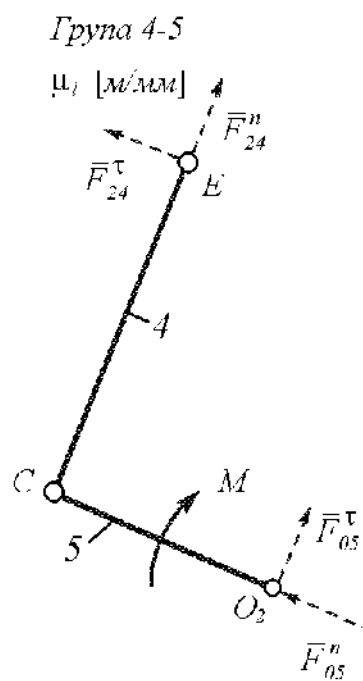
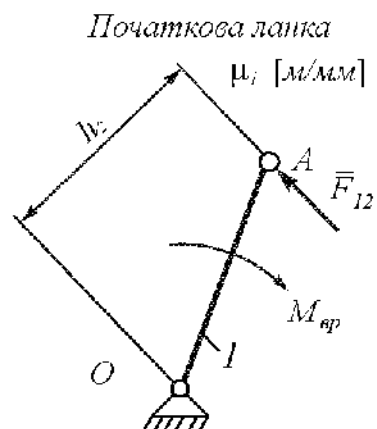
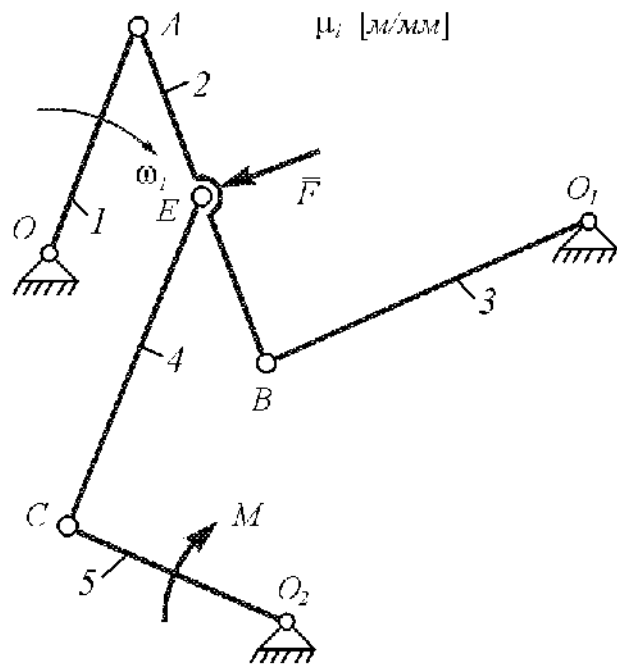
Векторне рівняння рівноваги групи 2-3:

$$\bar{F}_{03}^n + \bar{F}_{03}^r - \bar{F} + \bar{F}_{42} + \bar{F}_{12}^r - \bar{F}_{12}^n.$$

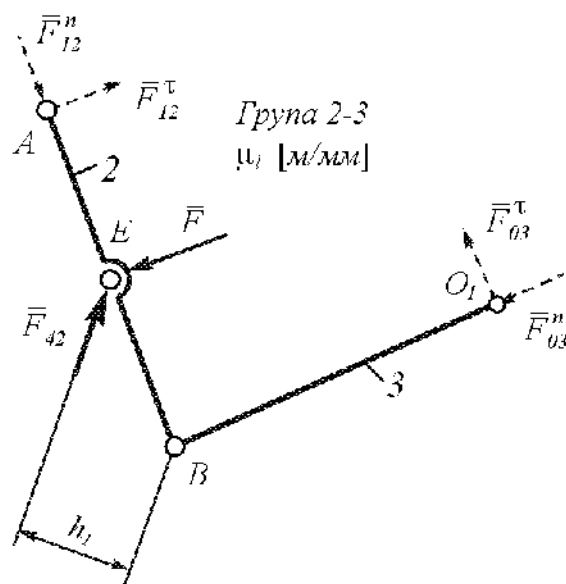
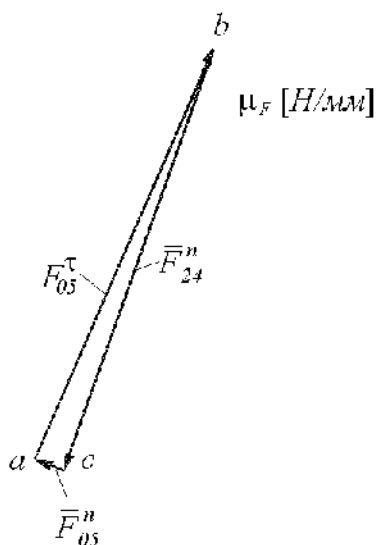
План сил побудуємо в масштабі $\mu_F [H/m]$.

З плану сил знаходимо

Кінематична схема важільного механізму

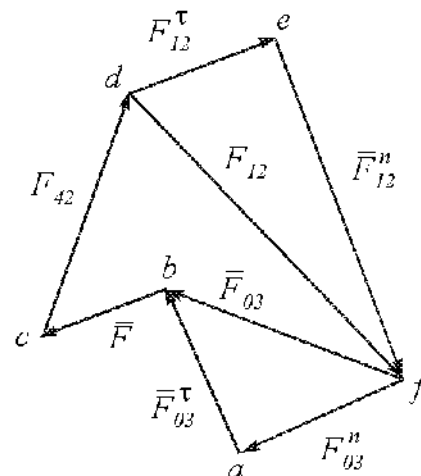


План сил групи 4-5



План сил групи 2-3

μ_F [Н/мм]



Задача 4. Розрахунок зубчастого механізму

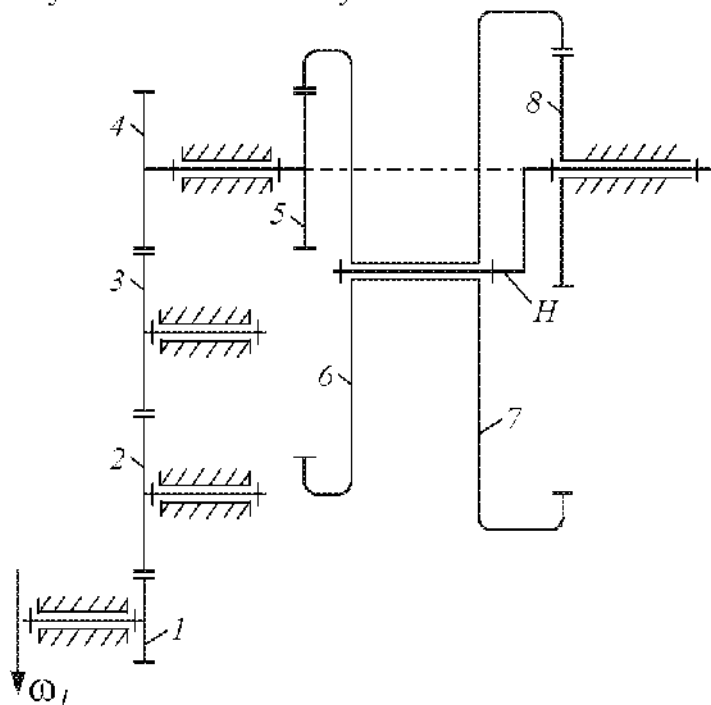


Схема зубчатого механізму

Аналітичний метод

Визначити кутові швидкості вихідної ланки та сателітів аналітичним та графічним методами, $\omega_1 = 100 \text{ c}^{-1}$, модулі зубчастих коліс прийняти рівними 2 мм для рядової передачі та 6 мм для планетарної передачі, числа зубців:

$z_1 = 20$, $z_2 = 27$, $z_3 = 22$, $z_4 = 40$, $z_5 = 25$, $z_6 = 75$, $z_7 = 80$, $z_8 = 30$.

Визначення кутових швидкостей аналітичним методом

Розраховуємо передатні відношення:

$$U_{12} = z_2/z_1 = 27/20 = 1,35;$$

$$U_{23} = z_3/z_2 = 22/27 = 0,82;$$

$$U_{34} = z_4/z_3 = 40/22 = 1,82;$$

$$U_{14} = U_{12} \cdot U_{23} \cdot U_{34} = \frac{z_2 \cdot z_3 \cdot z_4}{z_1 \cdot z_2 \cdot z_3} = \frac{z_4}{z_1} = \frac{40}{20} = 2;$$

$$U_{58}^s = 1 - U_{58}^H = 1 - \frac{z_6 \cdot z_8}{z_5 \cdot z_7} = 1 - \frac{75 \cdot 30}{25 \cdot 80} = -0,125$$

Кутові швидкості:

$$\omega_1 = 100 \text{ c}^{-1}$$

$$\omega_2 = \omega_1/U_{12} = 100/1,35 = 74,07 \text{ c}^{-1}.$$

$$\omega_3 = \omega_2/U_{23} = 74,07/0,82 = 90,33 \text{ c}^{-1}.$$

$$\omega_4 = \omega_3/U_{34} = 90,33/1,82 = 49,6 \text{ c}^{-1}.$$

$$\omega_5 = \omega_4 = 49,6 \text{ c}^{-1}.$$

$$\omega_H = \omega_5/U_{58}^s = 49,6/0,125 = 396,8 \text{ c}^{-1}.$$

Для визначення кутових швидкостей сателітів скористуємось формулою Віліса

$$\frac{\omega_7 - \omega_H}{\omega_8 - \omega_H} = \frac{z_8}{z_7} = \frac{30}{80} = 0,375.$$

$$\omega_7 = \omega_8 = \omega_H \cdot 0,375 = 396,8 \cdot 0,375 = 148,8 \text{ c}^{-1}.$$

$$\omega_8 = 0.$$

Графічний метод

$$z_1=20,$$

$$z_2=27,$$

$$z_3=22,$$

$$z_4=40,$$

$$z_5=25$$

$$z_6=75,$$

$$z_7=80,$$

$$z_8=30.$$

Картину швидкостей будуємо за методом Смірного-Купьбаха. Цей метод ґрунтується на тому, що лінійні швидкості двох коліс в полюсі зачеплення однакові, швидкості точок на перухомих осях дорівнюють нулю, а швидкості точок коліс вздовж діаметра розподіляються по лінійному закону.

Розв'язок цієї задачі починаємо з того що креслимо дві проекції приводу в масштабі $\mu_f=0.0033 \frac{\text{м}}{\text{мм}}$. Оскільки вид зачеплення не заданий, то приймаємо його за нульове, і радіуси початкових кіл дорівнюватимуть діаметрам їх ділільних кіл.

Розраховуємо діаметри коліс:

$$d_1=mz_1=2 \cdot 20=40 \text{ мм}$$

$$d_2=mz_2=2 \cdot 27=54 \text{ мм}$$

$$d_3=mz_3=2 \cdot 22=44 \text{ мм}$$

$$d_4=mz_4=2 \cdot 40=80 \text{ мм}$$

$$d_5=mz_5=6 \cdot 25=150 \text{ мм}$$

$$d_6=mz_6=6 \cdot 75=450 \text{ мм}$$

$$d_7=mz_7=6 \cdot 80=480 \text{ мм}$$

$$d_8=mz_8=6 \cdot 30=180 \text{ мм}$$

Перше колесо обертається з кутовою швидкістю $\omega_1=100 \text{ с}^{-1}$.

Швидкість полюса зачеплення коліс 1, 2 розраховуємо за наступною формулою:

$$V_{P12}=\omega_1 \cdot r_1=100 \cdot 0.02=2 \text{ м/с}$$

Оберемо масштаб для побудови картини швидкостей $\mu_v=0.4 \frac{\text{м}}{\text{с} \cdot \text{мм}}$;

тоді відрізок, що зображує лінійну швидкість (V_{P12}) – $V_{P12}/\mu_v=2/0.4=5 \text{ мм}$.

Для побудови плану кутових швидкостей на продовженні лінії центрів O_1O_2 відкладаємо полюсну відстань (PO). Масштаб плану кутових швидкостей визначаємо за формулою

$$\mu_\omega=\omega_1/(0-1)=100/17.7=5.65 \frac{\text{рад}}{\text{с} \cdot \text{мм}}$$

З полюсу P проводимо промені паралельно гіпотенузам трикутників розподілу швидкостей на картині швидкостей до перетину з горизонтальною лінією, яка проведена через точку O .

Числові значення кутових швидкостей елементів приводу, які знайдені графічним методом, знаходимо за формулами:

$$\omega_2=(0-2) \cdot \mu_\omega=13.1 \cdot 5.65=74.01 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_3=(0-3) \cdot \mu_\omega=16.1 \cdot 5.65=90.97 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_{4,5}=(0-4.5) \cdot \mu_\omega=8.87 \cdot 5.65=50.12 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_{6,7}=(0-6.7) \cdot \mu_\omega=44.3 \cdot 5.65=250.3 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_H=(0-H) \cdot \mu_\omega=70.96 \cdot 5.65=400.9 \text{ с}^{-1};$$

Розбіжність між кутовими швидкостями, знайденими аналітично і графічно, знаходимо за формулою:

$$\Delta\omega = \frac{\omega_H^{ex} - \omega_H^{gr}}{\omega_H^{ex}} = \frac{400,9 - 396,8}{400,9} \cdot 100\% = 1\%$$

Результати розрахунку наведені у таблиці

ω_i^{ex}, c^{-1}	ω_1 100	ω_2 74,01	ω_3 90,97	$\omega_4 - \omega_5$ 50,12	$\omega_6 - \omega_7$ 250,3	ω_H 400,9
ω_i^{gr}, c^{-1}	100	74,07	90,33	49,6	248	396,8
$\Delta\omega, \%$	0	0	0,7	1	0,9	1

Визначення зведеного до ланки 1 момент інерції зубчастого механізму.

$$J_1 = 0,1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_2 = 0,12 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_3 = 0,11 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_4 = 0,16 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_5 = 0,24 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_6 = 0,32 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_7 = 0,34 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_8 = 0,25 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$J_H = 0,26 \text{ кг} \cdot \text{м}^2;$$

$$m = 12 \text{ кг}.$$

$$\omega_1 = 100 \text{ c}^{-1}$$

$$\omega_2 = 74,07 \text{ c}^{-1}.$$

$$\omega_3 = 90,33 \text{ c}^{-1}.$$

$$\omega_4 = 49,6 \text{ c}^{-1}.$$

$$\omega_5 = 49,6 \text{ c}^{-1}.$$

$$\omega_H = 396,8 \text{ c}^{-1}.$$

$$\omega_6 - \omega_7 = 248 \text{ c}^{-1}.$$

$$\omega_8 = 0.$$

У зубчатім механізмі восьме колесо нерухоме, а шосте і сьоме – обертаються, як навколо своєї центральної осі, так і навколо осі обертання водила II. Отже, формула для визначення зведеного моменту інерції буде мати вигляд:

$$\begin{aligned} J_{зв} &= J_1 + J_2 \left(\frac{\omega_2}{\omega_1} \right)^2 + J_3 \left(\frac{\omega_3}{\omega_1} \right)^2 + (J_4 + J_5) \left(\frac{\omega_4}{\omega_1} \right)^2 + (J_6 + J_7) \left(\frac{\omega_5}{\omega_1} \right)^2 + \\ &+ (J_6 + J_7 - J_H + (r_{w7} - r_{w8})^2) \left(\frac{\omega_5}{\omega_1} \right)^2 = \\ &= 0,1 + 0,12 \left(\frac{74,07}{100} \right)^2 + 0,11 \left(\frac{90,33}{100} \right)^2 + (0,16 + 0,24) \left(\frac{49,6}{100} \right)^2 + (0,32 + 0,34) \left(\frac{248}{100} \right)^2 + \\ &+ (0,32 + 0,34 + 0,26 - (0,24 - 0,09)^2) \left(\frac{396,8}{100} \right)^2 = 19,25 \text{ кг} \cdot \text{м}^2. \end{aligned}$$