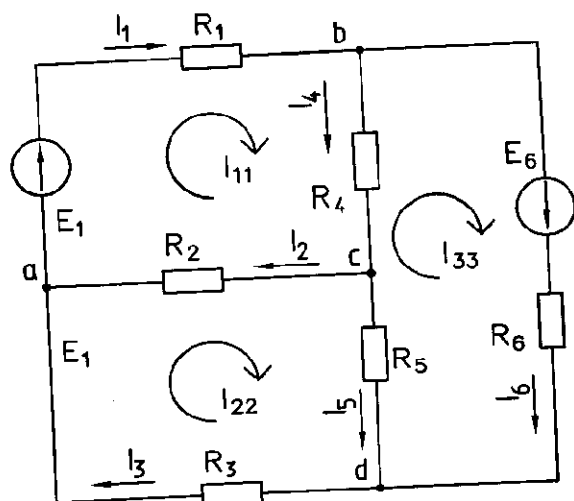


Вариант 55 Схема 5 Заказчик Олег
Расчет сложных цепей постоянного тока



Исходные данные

$$E_1 = 24 \text{ В}$$

$$E_6 = 36 \text{ В}$$

$$R_1 = 21 \text{ Ом}$$

$$R_2 = 18 \text{ Ом}$$

$$R_3 = 15 \text{ Ом}$$

$$R_4 = 12 \text{ Ом}$$

$$R_5 = 9 \text{ Ом}$$

$$R_6 = 6 \text{ Ом}$$

Найти: 1. Токи в ветвях методом контурных токов, преобразовать цепь к двухконтурной, найти токи методами:
2. Уравнений Кирхгофа
3. Узловых потенциалов
4. Наложения действий ЭДС
5. Найти ток I_6 методом эквивалентного генератора

Решение задачи методом контурных токов

Для контуров acb, acd и bcd составим уравнения по II закону Кирхгофа, предполагая что в каждом из них течет свой контурный ток, направление которого выберем произвольно

$$\begin{cases} I_{11} \cdot (R_1 + R_2 + R_4) - I_{22} \cdot R_2 - I_{33} \cdot R_4 = E_1 \\ -I_{11} \cdot R_2 + I_{22} \cdot (R_2 + R_3 + R_5) - I_{33} \cdot R_5 = 0 \\ -I_{11} \cdot R_4 - I_{22} \cdot R_5 + I_{33} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) = E_6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 51 \cdot I_{11} - 18 \cdot I_{22} - 12 \cdot I_{33} = 24 \\ -18 \cdot I_{11} + 42 \cdot I_{22} - 9 \cdot I_{33} = 0 \\ -12 \cdot I_{11} - 9 \cdot I_{22} + 27 \cdot I_{33} = 36 \end{cases}$$

Основной определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} 51 & -18 & -12 \\ -18 & 42 & -9 \\ -12 & -9 & 27 \end{vmatrix} = 51 \cdot (42 \cdot 27 - 9 \cdot 9) + 18 \cdot ((-18) \cdot 27 - 9 \cdot 12) - 12 \cdot (18 \cdot 9 + 42 \cdot 12) = 35019$$

Дополнительные определители системы

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 24 & -18 & -12 \\ 0 & 42 & -9 \\ 36 & -9 & 27 \end{vmatrix} = 49248$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 51 & 24 & -12 \\ -18 & 0 & -9 \\ -12 & 36 & 27 \end{vmatrix} = 38556$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 51 & -18 & 24 \\ -18 & 42 & 0 \\ -12 & -9 & 36 \end{vmatrix} = 81432$$

Контурные токи:

$$I_{11} = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{49248}{35019} = 1.406 \text{ А}$$

$$I_{33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{81432}{35019} = 2.325 \text{ А}$$

$$I_{22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{38556}{35019} = 1.101 \text{ А}$$

Найдем токи в ветвях:

$$I_1 = I_{11} = 1.406 \text{ А}$$

$$I_2 = I_{11} - I_{22} = 1.406 - 1.101 = 0.305 \text{ А}$$

$$I_3 = I_{22} = 1.101 \text{ А}$$

$$I_4 = I_{11} - I_{33} = 1.406 - 2.325 = -0.919 \text{ А}$$

$$I_5 = I_{22} - I_{33} = 1.101 - 2.325 = -1.224 \text{ А}$$

$$I_6 = I_{33} = 2.325 \text{ А}$$

Меняем направление тока
Меняем направление тока

Преобразуем треугольник сопротивлений R_2 R_3 R_5 в эквивалентную звезду:

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3 + R_5} = \frac{18 \cdot 15}{18 + 15 + 9} = 6.429 \text{ Ом}$$

$$R_{25} = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_3 + R_5} = \frac{18 \cdot 9}{18 + 15 + 9} = 3.857 \text{ Ом}$$

$$R_{35} = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_2 + R_3 + R_5} = \frac{15 \cdot 9}{18 + 15 + 9} = 3.214 \text{ Ом}$$

Для решения задачи методом уравнений Кирхгофа составим систему трех уравнений (по числу неизвестных токов). Одно уравнение по I з-ну (для узла b), и 2 уравнения по II з-ну для независимых контуров

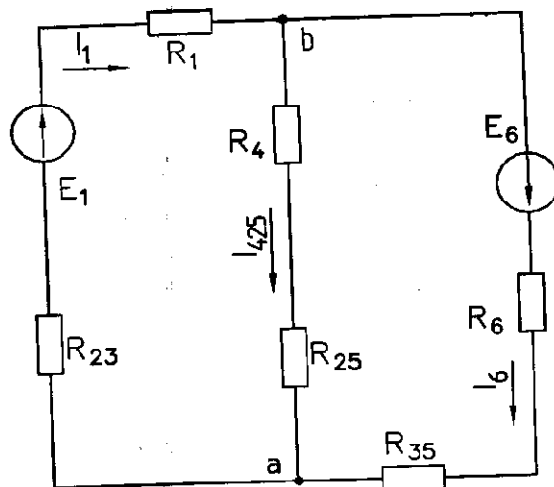


Схема преобразованной цепи

$$\begin{cases} I_1 - I_{425} - I_6 = 0 \\ I_1 \cdot (R_1 + R_{23}) + I_{425} \cdot (R_4 + R_{25}) = E_1 \\ -I_{425} \cdot (R_4 + R_{25}) + I_6 \cdot (R_6 + R_{35}) = E_6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 \cdot I_1 & -1 \cdot I_{425} & -1 \cdot I_6 & = 0 \\ 27.429 \cdot I_1 & +15.857 \cdot I_{425} & & = 24 \\ & -15.857 \cdot I_{425} & +9.214 \cdot I_6 & = 36 \end{cases}$$

Решение системы выполняем методом определителей, без применения ЭВМ

Основной определитель системы

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 27.429 & 15.857 & 0 \\ 0 & -15.857 & 9.214 \end{vmatrix} = 833.779$$

Дополнительные определители системы

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 24 & 15.857 & 0 \\ 36 & -15.857 & 9.214 \end{vmatrix} = 1172.556$$

$$\Delta_{425} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 27.429 & 24 & 0 \\ 0 & 36 & 9.214 \end{vmatrix} = -766.308$$

$$\Delta_6 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 27.429 & 15.857 & 24 \\ 0 & -15.857 & 36 \end{vmatrix} = 1938.864$$

Токи в ветвях:

$$I_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{1172.556}{833.779} = 1.406 \text{ A}$$

$$I_{425} = \frac{\Delta_{425}}{\Delta} = \frac{-766.308}{833.779} = -0.919 \text{ A}$$

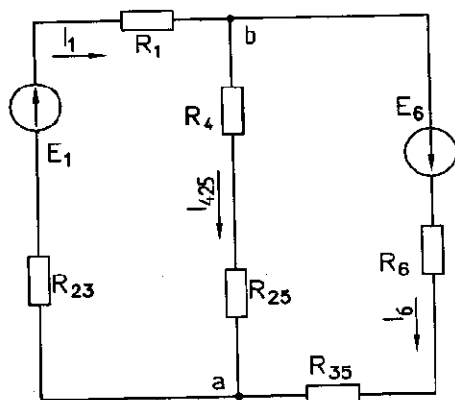
$$I_6 = \frac{\Delta_6}{\Delta} = \frac{1938.864}{833.779} = 2.325 \text{ A}$$

Вариант 55

Заказчик Олег

Тема: Электрические цепи

Решение задачи методом узловых потенциалов



1. Найдем разность потенциалов между узлами схемы:

$$U_{ab} = \frac{E_1 \cdot g_{123} - E_6 \cdot g_{635}}{g_{123} + g_{425} + g_{635}} = \frac{24 \cdot 0.03646 - 36 \cdot 0.10853}{0.03646 + 0.06306 + 0.10853} = -14.573 \text{ В}$$

Проводимости ветвей схемы:

$$g_{123} = \frac{1}{R_1 + R_{23}} = \frac{1}{21 + 6.429} = 0.03646 \text{ Ом}^{-1}$$

$$g_{425} = \frac{1}{R_4 + R_{25}} = \frac{1}{12 + 3.857} = 0.06306 \text{ Ом}^{-1}$$

$$g_{635} = \frac{1}{R_6 + R_{35}} = \frac{1}{6 + 3.214} = 0.10853 \text{ Ом}^{-1}$$

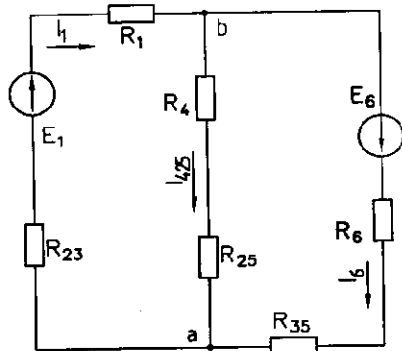
Определяем токи в ветвях:

$$I_1 = \frac{E_1 - \varphi_b}{R_1 + R_{23}} = \frac{24 + 14.573}{21 + 6.429} = 1.406 \text{ А}$$

$$I_{425} = \frac{\varphi_b}{R_4 + R_{25}} = \frac{-14.573}{12 + 3.857} = -0.919 \text{ А}$$

$$I_6 = \frac{\varphi_b + E_6}{R_6 + R_{35}} = \frac{-14.573 + 36}{6 + 3.214} = 2.325 \text{ А}$$

Решение задачи методом наложения действий ЭДС



Исходная цепь

1. Оставим в цепи ЭДС E_1 и рассчитаем токи в ветвях

Приведем цепь к эквивалентному виду:

$$R_{425} = R_4 + R_{25} = 12 + 3.857 = 15.857 \text{ Ом}$$

$$R_{635} = R_6 + R_{35} = 6 + 3.214 = 9.214 \text{ Ом}$$

$$R_{ab} = \frac{R_{425} \cdot R_{635}}{R_{425} + R_{635}} = \frac{15.857 \cdot 9.214}{15.857 + 9.214} = 5.828 \text{ Ом}$$

$$R_{ekv} = R_{ab} + R_1 + R_{23} = 5.828 + 21 + 6.429 = 33.256 \text{ Ом}$$

Рассчитаем токи в ветвях:

$$I'_1 = \frac{E_1}{R_{ekv}} = \frac{24}{33.256} = 0.722 \text{ А}$$

$$U'_{ab} = I'_1 \cdot R_{ab} = 0.722 \cdot 5.828 = 4.206 \text{ В}$$

$$I'_{425} = \frac{U'_{ab}}{R_{425}} = \frac{4.206}{15.857} = 0.265 \text{ А}$$

$$I'_{635} = \frac{U'_{ab}}{R_{635}} = \frac{4.206}{9.214} = 0.456 \text{ А}$$

2. Оставим в цепи ЭДС E_6 и рассчитаем токи в ветвях

Приведем цепь к эквивалентному виду:

$$R_{123} = R_1 + R_{23} = 21 + 6.429 = 27.429 \text{ Ом}$$

$$R_{ab} = \frac{R_{425} \cdot R_{123}}{R_{425} + R_{123}} = \frac{15.857 \cdot 27.429}{15.857 + 27.429} = 10.048 \text{ Ом}$$

$$R_{ekv} = R_{ab} + R_6 + R_{35} = 10.048 + 6 + 3.214 = 19.262 \text{ Ом}$$

Рассчитаем токи в ветвях:

$$I''_6 = \frac{E_6}{R_{ekv}} = \frac{36}{19.262} = 1.869 \text{ А}$$

$$U''_{ab} = I''_6 \cdot R_{ab} = 1.869 \cdot 10.048 = 18.779 \text{ В}$$

$$I''_{425} = \frac{-U''_{ab}}{R_{425}} = \frac{-18.779}{15.857} = -1.184 \text{ А}$$

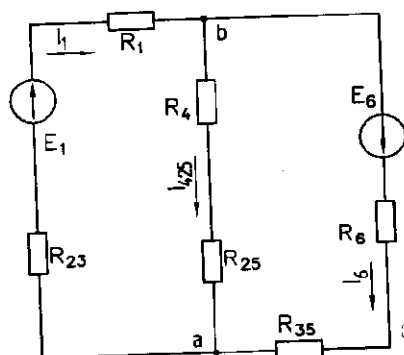
$$I''_1 = \frac{U''_{ab}}{R_{123}} = \frac{18.779}{27.429} = 0.685 \text{ А}$$

3. Суммарные токи в ветвях:

$$I_1 = I'_1 + I''_1 = 0.722 + 0.685 = 1.406 \text{ А}$$

$$I_{425} = I'_{425} + I''_{425} = 0.265 + (-1.184) = -0.919 \text{ А}$$

$$I_6 = I'_{635} + I''_6 = 0.456 + 1.869 = 2.325 \text{ А}$$



Исходная цепь

Решение задачи методом эквивалентного генератора

В расчетной цепи выделим ветвь $асб$, в которой необходимо рассчитать ток, а оставшуюся часть цепи заменим эквивалентным генератором

В соответствии со схемой замещения ток в ветви $асб$ определяется по формуле:

$$I_6 = \frac{U_{12.xx}}{R_{12.xx} + R_6};$$

Для определения напряжения холостого хода на зажимах 12 составим уравнение по II закону Кирхгофа для контура $асб$

$$-I_1' \cdot (R_4 + R_{25}) + U_{12.xx} = E_6$$

Отсюда

$$U_{12.xx} = E_6 + I_1' \cdot (R_4 + R_{25})$$

Для нахождения тока I_1 эквивалентного генератора рассмотрим цепь, оставшуюся после удаления ветви $асб$. Расчет данной цепи сводится к использованию закона Ома.

$$R_{эkv} = R_1 + R_4 + R_{23} + R_{25} = 21 + 12 + 6.429 + 3.857 = 43.286 \text{ Ом}$$

$$I_1' = \frac{E_1}{R_{эkv}} = \frac{24}{43.286} = 0.554 \text{ А}$$

Вычисляем напряжение холостого хода:

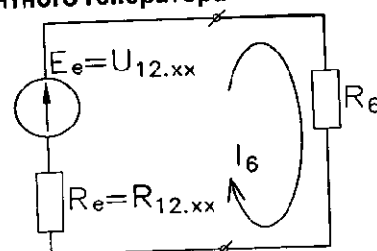
$$U_{12.xx} = 36 + 0.554 \cdot (12 + 3.857) = 44.792 \text{ В}$$

Для определения входного сопротивления эквивалентного генератора удалим из схемы все ЭДС.

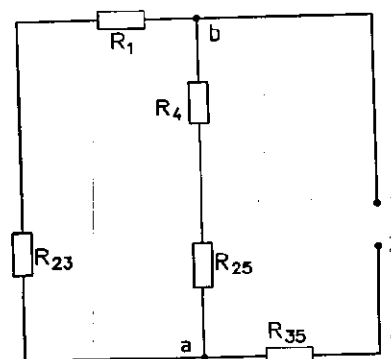
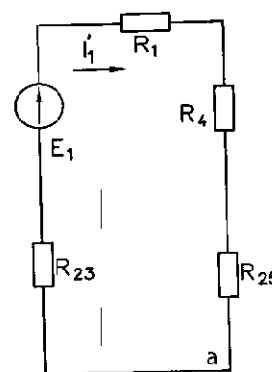
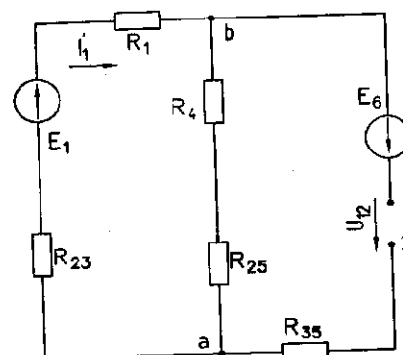
$$R_{ab} = \frac{R_{425} \cdot R_{123}}{R_{425} + R_{123}} = \frac{15.857 \cdot 27.429}{15.857 + 27.429} = 10.048 \text{ Ом}$$

$$R_{ekv} = R_{ab} + R_{35} = 10.048 + 3.214 = 13.262 \text{ Ом}$$

$$I_6 = \frac{44.792}{13.262 + 6} = 2.325 \text{ А}$$



Схеме замещения расчетной цепи эквивалентным генератором



Вариант 55

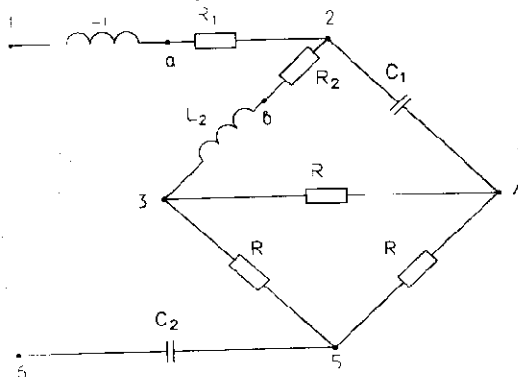
Заказчик Олег

Точность округ

Расчет однофазной цепи переменного тока со смешанным соединением приемников

Исходные данные

$U_{16} =$	150	В
$f =$	300	Гц
$R_1 =$	8	Ом
$L_1 =$	0.035	Гн
$C_1 =$	550	мкФ
$R_2 =$	6	Ом
$L_2 =$	0.03	Гн
$C_2 =$	500	мкФ
$R =$	60	Ом



1. Находим реактивные сопротивления на частоте 300 Гц

$$X_{L1} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_1 = 2 \cdot \pi \cdot 300 \cdot 0.035 = 65.973 \text{ Ом}$$

$$X_{L2} = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_2 = 2 \cdot \pi \cdot 300 \cdot 0.03 = 56.549 \text{ Ом}$$

$$X_{C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 300 \cdot 550 \cdot 10^{-6}} = 0.965 \text{ Ом}$$

$$X_{C2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 300 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = 1.061 \text{ Ом}$$

Сопротивления ветвей исходной цепи в комплексной форме:

$$Z_{12} = R_1 + jX_{L1} = 8 + j65.973 = 8 + j 65.973 \text{ Ом}$$

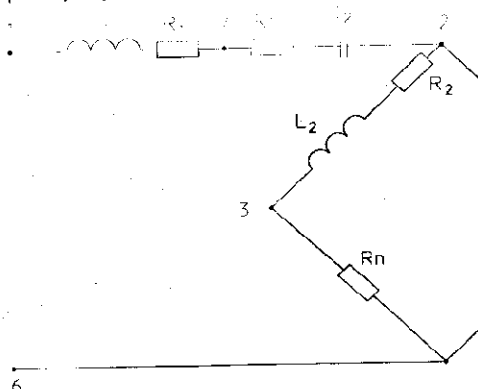
$$Z_{23} = R_2 + jX_{L2} = 6 + j56.549 = 6 + j 56.549 \text{ Ом}$$

$$Z_{24} = -jX_{C1} = -j 0.965 \text{ Ом}$$

$$Z_{34} = Z_{35} = Z_{45} = R = 60 \text{ Ом}$$

$$Z_{56} = -jX_{C2} = -j 1.061 \text{ Ом}$$

Преобразуем цепь, заменив соединение сопротивлений R треугольником в эквивалентную звезду



$$R_n = \frac{R \cdot R}{R + R + R} = \frac{R^2}{3R} = \frac{R}{3} = \frac{60}{3} = 20 \text{ Ом}$$

переместим элементы R_n и C_2 подряд в неразветвленную часть цепи

Запишем в комплексной форме сопротивления ветвей преобразованной цепи

$$Z_{172} = R_1 + R_n + j(X_{L1} - X_{C2}) = 8 + 20 + j(65.973 - 1.061) = 28 + j 64.912 \text{ Ом}$$

$$Z_{236} = R_2 + R_n + jX_{L2} = 6 + 20 + j56.549 = 26 + j 56.549 \text{ Ом}$$

$$Z_{246} = R_n - jX_{C1} = 20 - j0.965 = 20 - j 0.965 \text{ Ом}$$

Комплексное сопротивление параллельного участка цепи:

$$Z_{26} = \frac{Z_{236} \cdot Z_{246}}{Z_{236} + Z_{246}} = \frac{(26 + j 56.549)(20 - j 0.965)}{(26 + j 56.549) + (20 - j 0.965)} = 16.886 + j 3.638 \text{ Ом}$$

Комплексное сопротивление всей цепи:

Вариант 55

Заказчик Олег

Точность округ

$$Z_{16} = Z_{172} + Z_{26} = (28 + j 64.912) + (16.886 + j 3.638) = 44.886 + j 68.55 \text{ Ом}$$

Сила тока в неразветвленной части цепи:

$$i_{1,2} = \frac{U_{16}}{Z_{16}} = \frac{150}{44.886 + j 68.55} = 1.003 - j 1.532 \text{ A}$$

Напряжение на участке цепи 26

$$U_{26} = Z_{26} \cdot i_{1,2} = (16.886 + j 3.638) (1.003 - j 1.532) = 22.504 - j 22.213 \text{ В}$$

Токи в параллельных ветвях:

$$i_{2,3} = \frac{U_{26}}{Z_{236}} = \frac{22.504 - j 22.213}{26 + j 56.549} = -0.173 - j 0.478 \text{ A}$$

$$i_{2,4} = \frac{U_{26}}{Z_{246}} = \frac{22.504 - j 22.213}{20 - j 0.965} = 1.176 - j 1.054 \text{ A}$$

Для нахождения напряжения U_{34} составим уравнение по II закону Кирхгофа

$$i_{2,3} \cdot Z_{23} + U_{34} - i_{2,4} \cdot Z_{24} = 0$$

$$U_{34} = i_{2,4} \cdot Z_{24} - i_{2,3} \cdot Z_{23}$$

$$U_{34} = (1.176 - j 1.054) \cdot (-j 0.965) - (-0.173 - j 0.478) \cdot (6 + j 56.549) = -26.985 + j 11.527 \text{ В}$$

$$i_{3,4} = \frac{U_{34}}{Z_{34}} = \frac{-26.985 + j 11.527}{60} = -0.45 + j 0.192 \text{ A}$$

Токи $I_{3,5}$ и $I_{4,5}$ найдем по I закону Кирхгофа

$$i_{3,5} = i_{2,3} - i_{3,4} = -0.173 - j 0.478 - (-0.45 + j 0.192) = 0.277 - j 0.67 \text{ A}$$

$$i_{4,5} = i_{2,4} + i_{3,4} = 1.176 - j 1.054 + (-0.45 + j 0.192) = 0.726 - j 0.862 \text{ A}$$

Найдем абсолютные величины токов: $I = \sqrt{I_{\text{реальная}}^2 + I_{\text{мним}}^2}$

$$I_{12} = 1.831 \text{ A}$$

$$I_{23} = 0.508 \text{ A}$$

$$I_{24} = 1.579 \text{ A}$$

$$I_{34} = 0.489 \text{ A}$$

$$I_{35} = 0.725 \text{ A}$$

$$I_{45} = 1.127 \text{ A}$$

Проверим баланс мощностей

Найдем полную мощность как произведение входного напряжения на комплексно сопряженный ток в неразветвленной части цепи

$$S_{\text{ист}} = U_{16} \cdot \hat{I}_{12} = 150 \cdot (1.003 - j 1.532) = 150.425 + j 229.732 \text{ ВА}$$

Активные мощности:

$$P_1 = I_{12}^2 \cdot R_1 = 1.831^2 \cdot 8 = 26.81 \text{ Вт}$$

$$P_2 = I_{23}^2 \cdot R_2 = 0.508^2 \cdot 6 = 1.549 \text{ Вт}$$

$$P_{34} = I_{34}^2 \cdot R = 0.489^2 \cdot 60 = 14.351 \text{ Вт}$$

$$P_{35} = I_{35}^2 \cdot R = 0.725^2 \cdot 60 = 31.5 \text{ Вт}$$

$$P_{45} = I_{45}^2 \cdot R = 1.127^2 \cdot 60 = 76.215 \text{ Вт}$$

Сумма активных мощностей приемников

$$\sum P = 26.81 + 1.549 + 14.351 + 31.5 + 76.215 = 150.425 \text{ Вт}$$

Что соответствует активной части $S_{\text{ист}}$

Вариант 55

Заказчик Олег

Точность округл

Реактивные мощности:

$$Q_{L1} = i_{1,2}^2 \cdot X_{L1} = 1.831^2 \cdot 65.973 = 221.097 \text{ ВАр}$$

$$Q_{L2} = i_{2,3}^2 \cdot X_{L2} = 0.508^2 \cdot 56.549 = 14.596 \text{ ВАр}$$

$$Q_{C1} = i_{2,4}^2 \cdot X_{C1} = 1.579^2 \cdot 0.965 = 2.406 \text{ ВАр}$$

$$Q_{C2} = i_{1,2}^2 \cdot X_{C2} = 1.831^2 \cdot 1.061 = 3.556 \text{ ВАр}$$

Сумма реактивных мощностей приемников

$$\sum Q = \sum Q_L - \sum Q_C = 221.097 + 14.596 - 2.406 - 3.556 = 229.732 \text{ ВАр}$$

Что соответствует реактивной части $S_{\text{сум}}$

Для построения векторной диаграммы найдем комплексы напряжений на элементах

$$U_{R1} = i_{1,2} \cdot R_1 = (1.003 - j 1.532) \cdot 8 = 8.023 - j 12.252 \text{ В}$$

$$U_{R2} = i_{2,3} \cdot R_2 = (-0.173 - j 0.478) \cdot 6 = -1.039 - j 2.866 \text{ В}$$

$$U_{R34} = i_{34} \cdot R = (-0.45 + j 0.192) \cdot 60 = -26.985 + j 11.527 \text{ В}$$

$$U_{R35} = i_{35} \cdot R = (0.277 - j 0.67) \cdot 60 = 16.592 - j 40.183 \text{ В}$$

$$U_{R45} = i_{45} \cdot R = (0.726 - j 0.862) \cdot 60 = 43.578 - j 51.71 \text{ В}$$

$$U_{L1} = i_{1,2} \cdot X_{L1} = (1.003 - j 1.532) \cdot j 65.973 = 101.041 + j 66.16 \text{ В}$$

$$U_{L2} = i_{2,3} \cdot X_{L2} = (-0.173 - j 0.478) \cdot j 56.549 = 27.008 - j 9.795 \text{ В}$$

$$U_{C1} = i_{2,4} \cdot X_{C1} = (1.176 - j 1.054) \cdot -j 0.965 = -1.017 - j 1.134 \text{ В}$$

$$U_{C2} = i_{1,2} \cdot X_{C2} = (1.003 - j 1.532) \cdot -j 1.061 = -1.625 - j 1.064 \text{ В}$$

Расчитаем потенциалы точек. За ноль примем потенциал точки 1

$$\varphi_a = \varphi_1 - U_{L1} = -101.041 - j 66.16 \text{ В}$$

$$\varphi_2 = \varphi_a - U_{R1} = -101.041 - j 66.16 - (8.023 - j 12.252) = -109.064 - j 53.908 \text{ В}$$

$$\varphi_b = \varphi_2 - U_{R2} = -109.064 - j 53.908 - (-1.039 - j 2.866) = -108.025 - j 51.042 \text{ В}$$

$$\varphi_3 = \varphi_b - U_{L2} = -108.025 - j 51.042 - (27.008 - j 9.795) = -135.033 - j 41.247 \text{ В}$$

$$\varphi_5 = \varphi_3 - U_{R35} = -135.033 - j 41.247 - (16.592 - j 40.183) = -151.625 - j 1.064 \text{ В}$$

$$\varphi_6 = \varphi_5 - U_{C2} = -151.625 - j 1.064 - (-1.625 - j 1.064) = -150 \text{ В}$$

$$\varphi_4 = \varphi_2 - U_{C1} = -109.064 - j 53.908 - (-1.017 - j 1.134) = -108.047 - j 52.774 \text{ В}$$

Угол сдвига фаз в цепи:

$$\cos \varphi = \frac{R_{\text{экв}}}{Z_{\text{экв}}} = \frac{44.886}{81.938} = 0.548$$

Либо, непосредственно угол сдвига фаз можно найти представив полное сопротивление в показательной форме

$$Z_{\text{экв}} = 44.886 + j 68.55 = 81.938 \cdot e^{j 56.8^\circ} \quad \varphi = 56.8^\circ$$

Для резонанса токов необходимо равенство проводимостей параллельных ветвей по модулю и противоположность их по знаку. Рассматривать будем преобразованную цепь

$$b_{236} = \frac{X_{L2}}{Z_{236}^2} = \frac{56.549}{62.239^2} = 0.0146 \text{ Ом}^{-1}$$

Где,

$$Z_{236} = 26 + j 56.549 = 62.239 \cdot e^{j 55.3^\circ}$$

Условие резонанса:

$$\frac{X_{C1}}{X_{C1}^2 + R_n^2} = -b_{236}$$

$$\frac{X_{C1}^2 + R_n^2}{X_{C1}} = -\frac{1}{b_{236}}$$

$$X_{C1}^2 + R_n^2 = -\frac{X_{C1}}{b_{236}}$$

$$X_{C1}^2 + \frac{1}{b_{236}} X_{C1} + R_n^2 = 0$$

Вариант 55

Заказчик

Олег

Точность округл

В случае резонанса напряжения при $C1=82.306 \text{ мкФ}$

1. Находим реактивные сопротивления на частоте 300 Гц

$$X_{C1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_1} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 300 \cdot 82.306 \cdot 0,000001} = 6.446 \text{ Ом}$$

Сопротивления ветвей исходной цепи в комплексной форме:

$$Z_{24} = -jX_{C1} = -j6.446 \text{ Ом}$$

$$Z_{246} = R_n - jX_{C1} = 20 - j6.446 = 20 - j6.446 \text{ Ом}$$

Комплексное сопротивление параллельного участка цепи:

$$Z_{26} = \frac{Z_{236} \cdot Z_{246}}{Z_{236} + Z_{246}} = \frac{(26 + j56.549) \cdot (20 - j6.446)}{(26 + j56.549) + (20 - j6.446)} = 19.228 - j0 \text{ Ом}$$

Комплексное сопротивление всей цепи:

$$Z_{16} = Z_{172} + Z_{26} = (28 + j64.912) + 19.228 = 47.228 + j64.912 \text{ Ом}$$

Сила тока в неразветвленной части цепи:

$$i_{1,2} = \frac{U_{16}}{Z_{16}} = \frac{150}{47.228 + j64.912} = 1.099 - j1.511 \text{ А}$$

Напряжение на участке цепи 26

$$U_{26} = Z_{26} \cdot i_{1,2} = 19.228 \cdot (1.099 - j1.511) = 21.138 - j29.053 \text{ В}$$

Токи в параллельных ветвях:

$$i_{2,3} = \frac{U_{26}}{Z_{236}} = \frac{21.138 - j29.053}{26 + j56.549} = -0.282 - j0.504 \text{ А}$$

$$i_{2,4} = \frac{U_{26}}{Z_{246}} = \frac{21.138 - j29.053}{20 - j6.446} = 1.382 - j1.007 \text{ А}$$

Для нахождения напряжения U_{34} составим уравнение по II закону Кирхгофа

$$i_{2,3} \cdot Z_{23} + U_{34} - i_{2,4} \cdot Z_{24} = 0$$

$$U_{34} = i_{2,4} \cdot Z_{24} - i_{2,3} \cdot Z_{23}$$

$$U_{34} = (1.382 - j1.007) \cdot (-j6.446) - (-0.282 - j0.504) \cdot (6 + j56.549) = -33.276 + j10.077 \text{ В}$$

$$i_{3,4} = \frac{U_{34}}{Z_{34}} = \frac{-33.276 + j10.077}{60} = -0.555 + j0.168 \text{ А}$$

Токи $I_{3,5}$ и $I_{4,5}$ найдем по I закону Кирхгофа

$$i_{3,5} = i_{2,3} - i_{3,4} = -0.282 - j0.504 - (-0.555 + j0.168) = 0.272 - j0.672 \text{ А}$$

$$i_{4,5} = i_{2,4} + i_{3,4} = 1.382 - j1.007 + (-0.555 + j0.168) = 0.827 - j0.839 \text{ А}$$

Найдем абсолютные величины токов:

$$I = \sqrt{I_{\text{действ}}^2 + I_{\text{мним}}^2}$$

$$I_{12} = 1.869 \text{ А}$$

$$I_{23} = 0.577 \text{ А}$$

$$I_{24} = 1.71 \text{ А}$$

$$I_{34} = 0.579 \text{ А}$$

$$I_{35} = 0.725 \text{ А}$$

$$I_{45} = 1.178 \text{ А}$$

Проверим баланс мощностей

Найдем полную мощность как произведение входного напряжения на комплексно сопряженный ток в

неразветвленной части цепи

$$S_{\text{ист}} = U_{16} \cdot \dot{I}_{12} = 150 \cdot (1.099 - j 1.511) = 164.9 + j 226.645 \text{ ВА}$$

Активные мощности:

$$P_1 = I_{12}^2 \cdot R_1 = 1.869^2 \cdot 8 = 27.932 \text{ Вт}$$

$$P_2 = I_{23}^2 \cdot R_2 = 0.577^2 \cdot 6 = 1.999 \text{ Вт}$$

$$P_{34} = I_{34}^2 \cdot R = 0.579^2 \cdot 60 = 20.147 \text{ Вт}$$

$$P_{35} = I_{35}^2 \cdot R = 0.725^2 \cdot 60 = 31.507 \text{ Вт}$$

$$P_{45} = I_{45}^2 \cdot R = 1.178^2 \cdot 60 = 83.314 \text{ Вт}$$

Сумма активных мощностей приемников

$$\sum P = 27.932 + 1.999 + 20.147 + 31.507 + 83.314 = 164.9 \text{ Вт}$$

Что соответствует активной части $S_{\text{ист}}$

Реактивные мощности:

$$Q_{L1} = i_{1,2}^2 \cdot X_{L1} = 1.869^2 \cdot 65.973 = 230.35 \text{ ВАр}$$

$$Q_{L2} = i_{2,3}^2 \cdot X_{L2} = 0.577^2 \cdot 56.549 = 18.844 \text{ ВАр}$$

$$Q_{C1} = i_{2,4}^2 \cdot X_{C1} = 1.71^2 \cdot 6.446 = 18.844 \text{ ВАр}$$

$$Q_{C2} = i_{1,2}^2 \cdot X_{C2} = 1.869^2 \cdot 1.061 = 3.705 \text{ ВАр}$$

Сумма реактивных мощностей приемников

$$\sum Q = \sum Q_L - \sum Q_C = 230.35 + 18.844 - 18.844 - 3.705 = 226.645 \text{ ВАр}$$

Что соответствует реактивной части $S_{\text{ист}}$

Найдем комплексы напряжений на элементах

$$U_{R1} = i_{1,2} \cdot R_1 = (1.099 - j 1.511) \cdot 8 = 8.795 - j 12.088 \text{ В}$$

$$U_{R2} = i_{2,3} \cdot R_2 = (-0.282 - j 0.504) \cdot 6 = -1.693 - j 3.021 \text{ В}$$

$$U_{R34} = i_{34} \cdot R = (-0.555 + j 0.168) \cdot 60 = -33.276 + j 10.077 \text{ В}$$

$$U_{R35} = i_{35} \cdot R = (0.272 - j 0.672) \cdot 60 = 16.342 - j 40.291 \text{ В}$$

$$U_{R45} = i_{45} \cdot R = (0.827 - j 0.839) \cdot 60 = 49.618 - j 50.367 \text{ В}$$

$$U_{L1} = i_{1,2} \cdot X_{L1} = (1.099 - j 1.511) \cdot j 65.973 = 99.684 + j 72.527 \text{ В}$$

$$U_{L2} = i_{2,3} \cdot X_{L2} = (-0.282 - j 0.504) \cdot j 56.549 = 28.476 - j 15.96 \text{ В}$$

$$U_{C1} = i_{2,4} \cdot X_{C1} = (1.382 - j 1.007) \cdot -j 6.446 = -6.493 - j 8.905 \text{ В}$$

$$U_{C2} = i_{1,2} \cdot X_{C2} = (1.099 - j 1.511) \cdot -j 1.061 = -1.603 - j 1.166 \text{ В}$$

Угол сдвига фаз в цепи:

$$\cos \varphi = \frac{R_{\text{экв}}}{Z_{\text{экв}}} = \frac{47.228}{80.275} = 0.588$$

Либо, непосредственно угол сдвига фаз можно найти представив полное сопротивление в показательной форме

$$Z_{\text{экв}} = 47.228 + j 64.912 = 80.275 \cdot e^{j 54^\circ} \quad \varphi = 54^\circ$$

неразветвленной части цепи

$$S_{ист} = U_{16} \cdot \dot{I}_{12} = 150 \cdot (0.987 - j 0.554) = 147.986 + j 83.102 \text{ ВА}$$

Активные мощности:

$$P_1 = I_{12}^2 \cdot R_1 = 1.131^2 \cdot 8 = 10.242 \text{ Вт}$$

$$P_2 = I_{23}^2 \cdot R_2 = 1.592^2 \cdot 6 = 15.214 \text{ Вт}$$

$$P_{34} = I_{34}^2 \cdot R = 0.967^2 \cdot 60 = 56.082 \text{ Вт}$$

$$P_{35} = I_{35}^2 \cdot R = 0.769^2 \cdot 60 = 35.474 \text{ Вт}$$

$$P_{45} = I_{45}^2 \cdot R = 0.718^2 \cdot 60 = 30.974 \text{ Вт}$$

Сумма активных мощностей приемников

$$\sum P = 10.242 + 15.214 + 56.082 + 35.474 + 30.974 = 147.986 \text{ Вт}$$

Что соответствует активной части $S_{ист}$

Реактивные мощности:

$$Q_{L1} = i_{1,2}^2 \cdot X_{L1} = 1.131^2 \cdot 65.973 = 84.463 \text{ ВАр}$$

$$Q_{L2} = i_{2,3}^2 \cdot X_{L2} = 1.592^2 \cdot 56.549 = 143.386 \text{ ВАр}$$

$$Q_{C1} = i_{2,4}^2 \cdot X_{C1} = 1.52^2 \cdot 62.056 = 143.388 \text{ ВАр}$$

$$Q_{C2} = i_{1,2}^2 \cdot X_{C2} = 1.131^2 \cdot 1.061 = 1.358 \text{ ВАр}$$

Сумма реактивных мощностей приемников

$$\sum Q = \sum Q_L - \sum Q_C = 84.463 + 143.386 - 143.388 - 1.358 = 83.102 \text{ ВАр}$$

Что соответствует реактивной части $S_{ист}$

Найдем комплексы напряжений на элементах

$$U_{R1} = i_{1,2} \cdot R_1 = (0.987 - j 0.554) \cdot 8 = 7.893 - j 4.432 \text{ В}$$

$$U_{R2} = i_{2,3} \cdot R_2 = (-0.128 - j 1.587) \cdot 6 = -0.771 - j 9.523 \text{ В}$$

$$U_{R34} = i_{34} \cdot R = (-0.414 - j 0.873) \cdot 60 = -24.868 - j 52.407 \text{ В}$$

$$U_{R35} = i_{35} \cdot R = (0.286 - j 0.714) \cdot 60 = 17.163 - j 42.824 \text{ В}$$

$$U_{R45} = i_{45} \cdot R = (0.701 + j 0.16) \cdot 60 = 42.031 + j 9.583 \text{ В}$$

$$U_{L1} = i_{1,2} \cdot X_{L1} = (0.987 - j 0.554) \cdot j 65.973 = 36.55 + j 65.088 \text{ В}$$

$$U_{L2} = i_{2,3} \cdot X_{L2} = (-0.128 - j 1.587) \cdot j 56.549 = 89.753 - j 7.262 \text{ В}$$

$$U_{C1} = i_{2,4} \cdot X_{C1} = (1.115 + j 1.033) \cdot -j 62.056 = 64.114 - j 69.192 \text{ В}$$

$$U_{C2} = i_{1,2} \cdot X_{C2} = (0.987 - j 0.554) \cdot -j 1.061 = -0.588 - j 1.047 \text{ В}$$

Угол сдвига фаз в цепи:

$$\cos \varphi = \frac{R_{экв}}{Z_{экв}} = \frac{115.591}{132.57} = 0.872$$

Либо, ~~используя формулу угла сдвига фаз можно найти представив полное сопротивление в векторной форме~~

$$Z_{экв} = 115.591 + j 64.91 = 132.57 \cdot e^{j 29.3^\circ} \quad \varphi = 29.3^\circ$$

Резонанс напряжений возможен при нулевом реактивном сопротивлении всей цепи

$$X_{C2} = -(X_{26} + X_{L1}) = -(-0.002 + 65.973) = -65.971 \text{ Ом}$$

$$C_2 = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot X_{C2}} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 300 \cdot 65.971} = 0.000008042 \text{ Ф} = 8.042 \text{ мкФ}$$

Вариант 12

Заказчик Олег

Точность округ

В случае резонанса напряжений при $C1=8.549$ мкФ и $C2=8.042$ мкФ

1. Находим реактивные сопротивления на частоте 300 Гц

$$X_{C2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_2} = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot 8.549 \cdot 8.042 \cdot 0.000001} = 65.968 \text{ Ом}$$

Сопротивления ветвей исходной цепи в комплексной форме:

$$Z_{36} = -jX_{C2} = 0 - j 65.968 \text{ Ом}$$

$$Z_{172} = R_1 + R_n + j(X_{L1} - X_{C2}) = 8 + 20 + j(65.973 - 65.968) = 28 + j 0.005 \text{ Ом}$$

Комплексное сопротивление параллельного участка цепи:

$$Z_{26} = \frac{Z_{236} \cdot Z_{246}}{Z_{236} + Z_{246}} = \frac{(26 + j 56.549) \cdot (20 - j 62.056)}{(26 + j 56.549) + (20 - j 62.056)} = 87.591 - j 0.002 \text{ Ом}$$

Комплексное сопротивление всей цепи:

$$Z_{16} = Z_{172} + Z_{26} = (28 + j 0.005) + (87.591 - j 0.002) = 115.591 + j 0.003 \text{ Ом}$$

Сила тока в неразветвленной части цепи:

$$i_{1,2} = \frac{U_{16}}{Z_{16}} = \frac{150}{115.591 + j 0.003} = 1.298 \text{ А}$$

Напряжение на участке цепи 26

$$U_{26} = Z_{26} \cdot i_{1,2} = (87.591 - j 0.002) \cdot 1.298 = 113.665 - j 0.006 \text{ В}$$

Токи в параллельных ветвях:

$$i_{2,3} = \frac{U_{26}}{Z_{236}} = \frac{113.665 - j 0.006}{26 + j 56.549} = 0.763 - j 1.659 \text{ А}$$

$$i_{2,4} = \frac{U_{26}}{Z_{246}} = \frac{113.665 - j 0.006}{20 - j 62.056} = 0.535 + j 1.659 \text{ А}$$

Для нахождения напряжения U_{34} составим уравнение по II закону Кирхгофа

$$i_{2,3} \cdot Z_{23} + U_{34} - i_{2,4} \cdot Z_{24} = 0$$

$$U_{34} = i_{2,4} \cdot Z_{24} - i_{2,3} \cdot Z_{23}$$

$$U_{34} = (0.535 + j 1.659) \cdot (0 - j 62.056) - (0.763 - j 1.659) \cdot (6 + j 56.549) = 4.559 - j 66.372 \text{ В}$$

$$i_{3,4} = \frac{U_{34}}{Z_{34}} = \frac{4.559 - j 66.372}{60} = 0.076 - j 1.106 \text{ А}$$

Токи $I_{3,5}$ и $I_{4,5}$ найдем по I закону Кирхгофа

$$i_{3,5} = i_{2,3} - i_{3,4} = 0.763 - j 1.659 - (0.076 - j 1.106) = 0.687 - j 0.553 \text{ А}$$

$$i_{4,5} = i_{2,4} + i_{3,4} = 0.535 + j 1.659 + (0.076 - j 1.106) = 0.611 + j 0.553 \text{ А}$$

Найдем абсолютные величины токов:

$$I = \sqrt{I_{\text{действ}}^2 + I_{\text{мним}}^2}$$

$$I_{12} = 1.298 \text{ А}$$

$$I_{23} = 1.826 \text{ А}$$

$$I_{24} = 1.743 \text{ А}$$

$$I_{34} = 1.109 \text{ А}$$

$$I_{35} = 0.882 \text{ А}$$

$$I_{45} = 0.824 \text{ А}$$

Проверим баланс мощностей

Найдем полную мощность как произведение входного напряжения на комплексно сопряженный ток в

неразветвленной части цепи

$$S_{\text{ист}} = U_{16} \cdot \hat{I}_{12} = 150 \cdot 1.298 = 194.652 + j 0.005 \text{ ВА}$$

Активные мощности:

$$P_1 = I_{12}^2 \cdot R_1 = 1.298^2 \cdot 8 = 13.472 \text{ Вт}$$

$$P_2 = I_{23}^2 \cdot R_2 = 1.826^2 \cdot 6 = 20.011 \text{ Вт}$$

$$P_{34} = I_{34}^2 \cdot R = 1.109^2 \cdot 60 = 73.766 \text{ Вт}$$

$$P_{35} = I_{35}^2 \cdot R = 0.882^2 \cdot 60 = 46.66 \text{ Вт}$$

$$P_{45} = I_{45}^2 \cdot R = 0.824^2 \cdot 60 = 40.742 \text{ Вт}$$

Сумма активных мощностей приемников

$$\sum P = 13.472 + 20.011 + 73.766 + 46.66 + 40.742 = 194.652 \text{ Вт}$$

Что соответствует активной части $S_{\text{ист}}$

Реактивные мощности:

$$Q_{L1} = i_{1,2}^2 \cdot X_{L1} = 1.298^2 \cdot 65.973 = 111.097 \text{ ВАр}$$

$$Q_{L2} = i_{2,3}^2 \cdot X_{L2} = 1.826^2 \cdot 56.549 = 188.601 \text{ ВАр}$$

$$Q_{C1} = i_{2,4}^2 \cdot X_{C1} = 1.743^2 \cdot 62.056 = 188.605 \text{ ВАр}$$

$$Q_{C2} = i_{1,2}^2 \cdot X_{C2} = 1.298^2 \cdot 65.968 = 111.088 \text{ ВАр}$$

Сумма реактивных мощностей приемников

$$\sum Q = \sum Q_L - \sum Q_C = 111.097 + 188.601 - 188.605 - 111.088 = 0.005 \text{ ВАр}$$

Что соответствует реактивной части $S_{\text{ист}}$

Для построения векторной диаграммы найдем комплексы напряжений на элементах

$$U_{R1} = i_{1,2} \cdot R_1 = 1.298 \cdot 8 = 10.381 - j 0 \text{ В}$$

$$U_{R2} = i_{2,3} \cdot R_2 = (0.763 - j 1.659) \cdot 6 = 4.577 - j 9.956 \text{ В}$$

$$U_{R34} = i_{34} \cdot R = (0.076 - j 1.106) \cdot 60 = 4.559 - j 66.372 \text{ В}$$

$$U_{R35} = i_{35} \cdot R = (0.687 - j 0.553) \cdot 60 = 41.21 - j 33.187 \text{ В}$$

$$U_{R45} = i_{45} \cdot R = (0.611 + j 0.553) \cdot 60 = 36.651 + j 33.185 \text{ В}$$

$$U_{L1} = i_{1,2} \cdot X_{L1} = 1.298 \cdot j 65.973 = 0.002 + j 85.612 \text{ В}$$

$$U_{L2} = i_{2,3} \cdot X_{L2} = (0.763 - j 1.659) \cdot j 56.549 = 93.832 + j 43.136 \text{ В}$$

$$U_{C1} = i_{2,4} \cdot X_{C1} = (0.535 + j 1.659) \cdot (-j 62.056) = 102.968 - j 33.191 \text{ В}$$

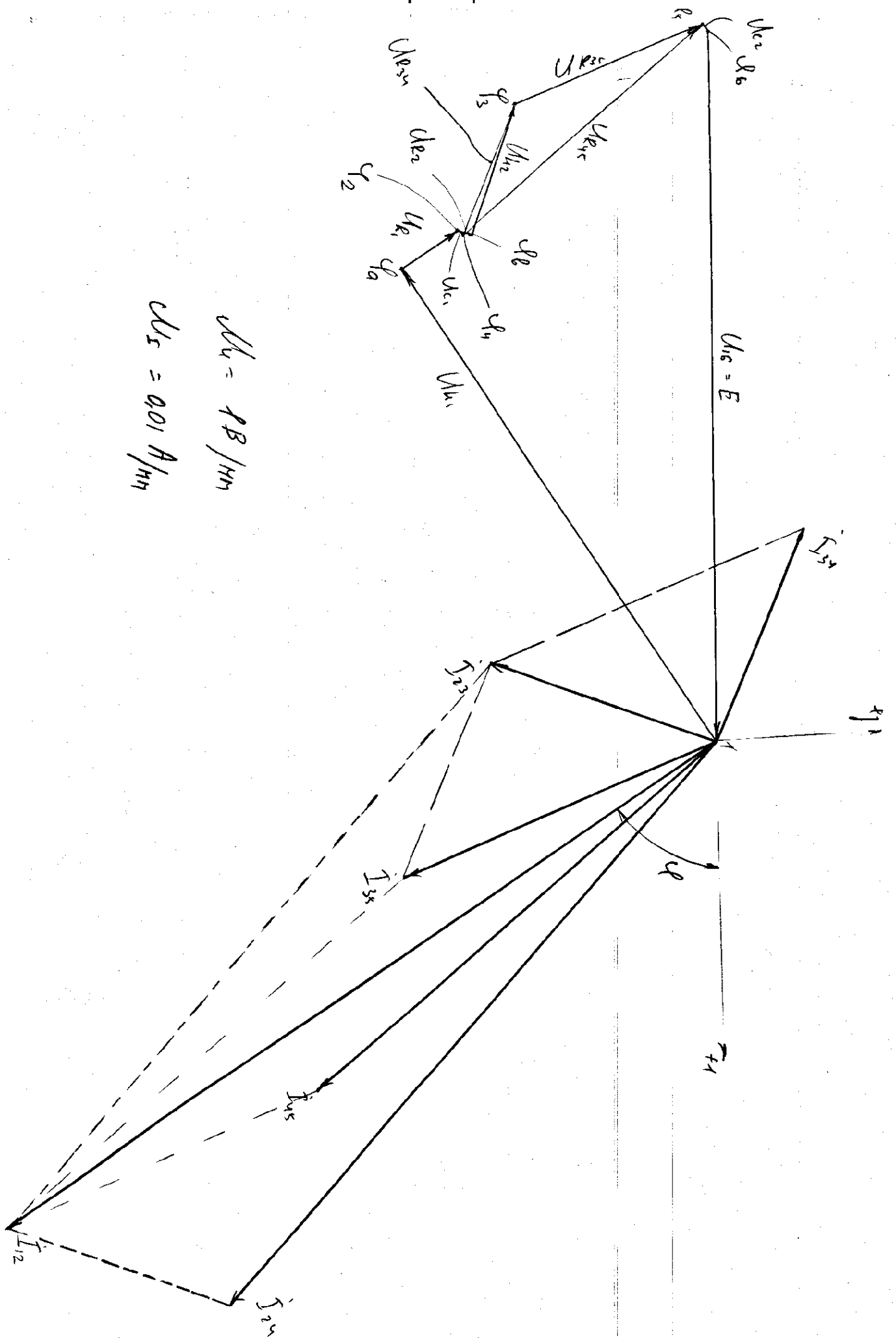
$$U_{C2} = i_{1,2} \cdot X_{C2} = 1.298 \cdot (-j 65.968) = -0.002 - j 85.605 \text{ В}$$

Угол сдвига фаз в цепи:

$$\cos \varphi = \frac{R_{\text{экв}}}{Z_{\text{экв}}} = \frac{115.591}{115.591} = 1$$

Либо, ~~используя формулу~~ ~~представив полное сопротивление в полярной форме~~ ~~можно найти пред~~ ~~ставив полное сопротивление в полярной форме~~

$$Z_{\text{экв}} = 115.591 + j 0.003 = 115.591 \cdot e^{j 0^\circ} \quad \varphi = 0^\circ$$



$U_{10} = 10 \text{ N/mm}$
 $U_{15} = 0.01 \text{ N/mm}$